



Handreichung

zum Mathematikunterricht im Gemeinsamen Lernen



Impressum

Bezirksregierung Münster | Domplatz 1–3 | 48143 Münster
Telefon: 0251 411-0 | Telefax: 0251 411-2525 | E-Mail: poststelle@brms.nrw.de |
Internet: www.brms.nrw.de

Dezernat 41 – Grundschule, Primarstufe und Förderschulen
LRSD Michael Maaßen

1. Auflage, September 2020

Wissenschaftliche Begleitung

Prof. Dr. Petra Scherer (Universität Duisburg-Essen)

Autoren

Klaudia Adamek, Karin Anders, Anke Braun, Marita Determann-Schacht, Dr. Annabella Diephaus, Dr. Carolin Gieseke,
Britta Hengelbrock, Dorothee Oeffling, Andrea Oerter-Holtmanns, Anna Sundrum, Claudia Wölki-Paschvoss



|

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	6
Präambel	7
1 Grundsätze und Leitgedanken der Handreichung	10
1.1 Grundsätze der Handreichung.....	10
1.2 Leitgedanken der Handreichung.....	11
2 Ausgewählte fachdidaktische Aspekte	13
2.1 Prinzipien guten inklusiven Mathematikunterrichts.....	13
2.2 Die Bedeutung der Sprache für das Lernen von Mathematik	31
2.3 Gestaltung des Mathematikunterrichts mit Lernumgebungen	36
2.4 Fazit	46
3 Unterrichtsplanung im Gemeinsamen Lernen	47
3.1 Leitgedanken zur Planung eines Gemeinsamen Mathematikunterrichts	47
3.2 Differenzierung als Leitgedanke	49
3.2.1 Äußere Differenzierung.....	51
3.2.2 Innere Differenzierung	53
3.3 Planungsmodelle für den Unterricht im Gemeinsamen Lernen	57
3.3.1 Lernumgebungen mit ergiebigen Aufgaben im Gemeinsamen Lernen.....	57
3.3.2 Das inklusionsdidaktische Netz	62
3.3.3 Das Niveaustufenmodell.....	69
3.3.4 Lernstrukturgitter nach Kutzer.....	75
3.4 Fazit	79
4 Eine Unterrichtsreihe zum Thema Teiler und Vielfache	81
4.1 Verortung in den Kernlehrplänen, Richtlinien und Standards.....	81
4.2 Aspekte des Lerngegenstands	82
4.3 Inhaltlicher Aufbau der Unterrichtsreihe.....	84
4.4 Differenzierende Betrachtung der Lernvoraussetzungen	85
4.5 Differenzierende Erörterung der Lernziele	87

4.6	Konsequenzen für die Unterrichtsplanung	87
4.7	Überblick über Differenzierungsmaßnahmen	102
4.8	Verlauf des Unterrichts	108
5	Diagnostik und Förderplanung	113
5.1	Prozessbegleitende Diagnostik.....	113
5.2	Bestimmung der inhalts- und prozessbezogenen Lernausgangslage.....	119
5.3	Förderplanung	120
5.4	Entwicklungsbereiche	130
5.5	Förderschwerpunkt Lernen versus Rechenschwäche	138
5.6	Aspekte der Leistungsbewertung.....	140
5.7	Nachteilsausgleich.....	143
5.8	Feedbackkultur	145
5.9	Fazit.....	147
6	Zusammenfassung und Ausblick	148
7	Literaturverzeichnis	149
8	Anhang.....	156
	Anhang A Abbildungsverzeichnis.....	156
	Anhang B Abkürzungsverzeichnis.....	158
	Anhang C Tabellenverzeichnis.....	158
	Anhang D Symbolverzeichnis	159
	Anhang E Glossar.....	159

Vorwort

Sehr geehrte Damen und Herren,

liebe Kolleginnen und Kollegen,

durch den Aufbau des inklusiven Schulsystems wird in den Allgemeinen Schulen die Schülerschaft heterogener und die Kollegien der Schulen ändern sich dadurch, dass Lehrkräfte unterschiedlicher Lehrämter Teil des Kollegiums werden. Dadurch ergibt sich eine gemeinsame Verantwortung für die Schul- und Unterrichtsentwicklung.

Diese **Handreichung zum Mathematikunterricht im Gemeinsamen Lernen** ist im Dezernat 41 der Bezirksregierung Münster unter engagierter Beteiligung von Kolleginnen, die das Fach Mathematik studiert haben, große unterrichtliche Erfahrungen haben und in der Lehrerausbildung als Fachleiterinnen in allen Lehrämtern tätig sind, entstanden. Für die konstruktiven Beiträge spreche ich meinen Dank aus.



Wissenschaftlich begleitet wurde dieser Prozess von Frau Prof. Dr. Petra Scherer, der an dieser Stelle mein besonderer Dank gilt.

Des Weiteren bedanke ich mich ganz herzlich bei allen anderen Kolleginnen und Kollegen, die zur Erarbeitung und Realisierung dieser Handreichung einen Beitrag geleistet haben. Das besondere Engagement dieser Vielzahl von Personen hat es erst ermöglicht, diese Handreichung zu erstellen.

Im Namen aller Mitwirkenden wünsche ich Ihnen, liebe Leserinnen und Leser, viel Freude und Erfolg bei der Arbeit, ein inklusives Schulsystem aufzubauen und hoffe, einen Beitrag mit der vorliegenden Handreichung dazu zu leisten.

Michael Maaßen

Leitender Regierungsschuldirektor

Dezernat 41 - Grund- und Förderschulen

Präambel

Um Grundlagen für Diskussion, Planungsentscheidungen, Durchführung und Reflexion von Unterricht im Gemeinsamen Lernen zu schaffen, um methodisch und fachlich fundierte Anregungen für schulinterne Lehrerfortbildungen und die Lehrerausbildung zu geben, haben sich Lehrkräfte aller Schulformen aus dem Regierungsbezirk Münster mit dem Gemeinsamen Lernen im Mathematikunterricht beschäftigt und Einstellungen, Wissen, Praxiserfahrungen und wissenschaftliche Ergebnisse in dieser Handreichung zusammengefasst.

Ziel ist die Darstellung von grundlegenden Vorstellungen, guten Unterricht im Gemeinsamen Lernen zu realisieren und die Heterogenität der Schülerschaft als Chance zu sehen. Alle Schülerinnen und Schüler mit und ohne (sonder-)pädagogischen Unterstützungsbedarf, *zielgleiche* und *zieldifferente Förderung* sind zu beleuchtende Aspekte in einer Schule für alle Schülerinnen und Schüler.

Der Referenzrahmen Schulqualität NRW (2015) beschreibt mit Hilfe von Kriterien und aufschließenden Aussagen die zentralen Inhaltsbereiche und Dimensionen in Bezug auf Schulqualität, so dass Antworten auf Fragestellungen auch hier gegeben werden. Erwartungen an Schule und alle Akteure in der Schule werden formuliert und weisen den Weg zu einem didaktisch begründeten und zeitgemäßen Unterricht.

Der im Schulgesetz NRW verankerte Anspruch aller Schülerinnen und Schüler auf individuelle Förderung hat ein geändertes Lehrerausbildungsgesetz mit veränderten Anforderungen für Lehrkräfte zur Folge. Der Umgang mit Vielfalt ist Gegenstand der Ausbildung aller Lehrkräfte. Anforderungen an sonderpädagogische Basiskompetenzen werden für alle künftigen Lehrkräfte definiert. Neue Ausbildungselemente im Hinblick auf die inklusive Schule erweitern den Ausbildungsauftrag von Seminarausbilderinnen und -ausbildern (vgl. MSW 2016).

Bezogen auf den inklusiven (Mathematik-)Unterricht bedeutet dies, dass sowohl fachliche (inhalts- und prozessbezogene) Kompetenzen als auch überfachliche Kompetenzen (Wahrnehmen, Analysieren, Reflektieren, Strukturieren, Darstellen, Kommunizieren, Anwenden und Transferieren) für den kompetenzorientierten Unterricht durch Lernwege und -aufgaben auf unterschiedlichen Niveaus angebahnt werden müssen.

Im Gegensatz zum herkömmlichen Unterricht zeichnet sich inklusiver Mathematikunterricht dadurch aus, dass

- dieser Bedürfnisse einer heterogenen Lerngruppen noch stärker berücksichtigt
- vermehrt kooperative Unterrichts- und Lernformen durchgeführt werden
- er in ein an der Schule erarbeitetes und gelebtes inklusives Leitbild eingebunden ist

- für alle Schülerinnen und Schüler fachliche Lernziele am gemeinsamen Unterrichtsgegenstand in den Mittelpunkt gestellt werden
- überfachliche Kompetenzen angebahnt werden
- den Schülerinnen und Schülern ein individuelles Feedback über ihre Leistungen gegeben wird
- die heterogene Lerngruppe als Chance und Bereicherung angesehen und genutzt wird.

Damit vollzieht auch der Mathematikunterricht den notwendigen Perspektivwechsel Richtung Inklusion: die Defizitperspektive, die nach Wissenslücken Ausschau hält und Schülerinnen und Schüler in unterschiedliche Leistungsgruppen separiert, wird zugunsten einer Entwicklungsperspektive ersetzt, die individuelle Lernprozesse in der Gemeinschaft des Gemeinsamen Lernens organisiert und ermöglicht.

Hinweise zur Nutzung der Handreichung

Im Kapitel 1 werden Grundsätze und Leitgedanken, die den Inhalten der Handreichung zugrunde liegen, benannt.

Die in Kapitel 2 ausgewählten fachdidaktischen Aspekte geben einen Überblick über zentrale didaktische Gesichtspunkte, die im Gemeinsamen Lernen von besonderer Bedeutung sind.

Im Kapitel 3 werden Modelle für die Unterrichtsplanung vorgestellt, die aber auch für die Reflexion im Rahmen der Unterrichtsnachbetrachtung genutzt werden können.

Im Kapitel 4 werden die bisher dargestellten Aspekte konkretisiert und anhand eines Unterrichtsbeispiels dargestellt. Damit soll der Transfer des theoretischen Teils dieser Handreichung in der praktischen Umsetzung an einem Beispiel sichtbar werden.

Kapitel 5 geht abschließend auf die Diagnostik und *Förderplanung* ein – unverzichtbare Elemente eines inklusiven Unterrichts.

Nach jedem thematischen Block wird ein Fazit gezogen, in dem grundlegende und wichtige Überlegungen zusammenfassend dargestellt werden.

In den einzelnen Kapiteln finden Sie Kästchen mit hervorgehobenen Inhalten, die mit Icons gekennzeichnet sind:

	Mit der Lupe sind Beispiele aus der Praxis gekennzeichnet. Dabei handelt es sich um Beispiele und nicht um Empfehlungen. Es ist also immer zu berücksichtigen, dass diese Beispiele aus unterschiedlichen Systemen und Schulformen stammen und niemals ohne Adaption übernommen werden können.
	Mit der Brille gekennzeichnete Abschnitte enthalten Rechtsvorschriften und/oder besonders zu berücksichtigende Aspekte.
	Mit diesem Icon sind Anmerkungen, Hinweise und Kommentare, die sich auf die sonderpädagogische Unterstützung und Förderung beziehen, gekennzeichnet.
	Mit diesem Symbol sind Informationen zu wichtigen Fachbegriffen gekennzeichnet.

Die in der Handreichung dargestellten Inhalte müssen als Zwischenergebnis angesehen werden, da die diesbezüglichen wissenschaftlichen Diskussionen stets fortgeführt werden und sich auch die Unterrichtspraxis kontinuierlich weiterentwickelt. So befassen sich aktuell auch zahlreiche wissenschaftliche Projekte mit der Weiterentwicklung von Ideen und Möglichkeiten der Gestaltung eines inklusiven Unterrichts im Allgemeinen und im Fach Mathematik im Besonderen (Beispiele: Projekt „Mathe inklusiv mit PIKAS“, DZLM, TU Dortmund; Projekt „Mathe sicher können“, DZLM, TU Dortmund; ProViel-Handlungsfeld Vielfalt & Inklusion; Universität Duisburg-Essen; QUA-LiS NRW „Inklusive schulische Bildung“ und „Lehrplan Navigator“).

Diverse Projekte nehmen die Planung und Gestaltung eines inklusiven Unterrichts nach dem Universal Design for Learning (UDL) in den Blick (z.B. Projekt „DoProfil“; TU Dortmund). Diese beachten drei zentrale Prinzipien (multiple Mittel der Präsentation von Informationen, multiple Mittel der Verarbeitung von Informationen und Darstellung von Lernergebnissen, multiple Möglichkeiten der Förderung von Motivation und Bindung). So soll von vornherein ein möglichst breites Spektrum an individuellen Bedürfnissen beim Lernen berücksichtigt und Lernbarrieren abgebaut werden (vgl. Schlüter u.a. 2016; vgl. Melzer & Stahl- Morabito 2018).

Kommentare, Ergänzungen, Aktualisierungen

Diese Handreichung ist als ein Auftakt zu betrachten und sollte sich immer weiterentwickeln. Wenn Sie Anregungen, Ergänzungen, gelungene Beispiele aus der Praxis oder weitere Themenvorschläge haben, freut sich die Autorengruppe über diese.

1 Grundsätze und Leitgedanken der Handreichung

1.1 Grundsätze der Handreichung

Um der Diversität der Schülerinnen und Schüler bei der Unterrichtsplanung und -gestaltung und Evaluation gerecht zu werden und dabei aktuelle, fachdidaktische, methodische und lernpsychologische Tendenzen und Strömungen zu berücksichtigen, werden verschiedene Perspektiven aus unterschiedlichen Lehrämtern und Schulformen durch das Autorenteam beleuchtet und erörtert. Wie in vielen pädagogischen, didaktischen und auch psychologischen Zusammenhängen sind Antworten nicht einfach ‚rezeptartig‘ zu formulieren.

Inklusion bedeutet nicht nur die Akzeptanz, sondern im Besonderen auch die Wertschätzung von Vielfalt. Es muss eine Balance geschaffen werden zwischen individuell differenzierenden und integrierenden Lernsituationen, so dass sowohl der vorherrschenden Heterogenität als auch den vorhandenen Gemeinsamkeiten der Schülerinnen und Schüler Rechnung getragen werden kann. Somit stellt sich in dieser Handreichung die Frage, wie gemeinsamer Mathematikunterricht mit weitgehender individueller Förderung und einer zeitgleichen Sicherstellung des Gemeinsamen Lernens an einem gemeinsamen Lerngegenstand gestaltet werden kann. Für diese Frage gibt es keine allgemeingültige Antwort.

Vielmehr kann das Ziel dieser Handreichung nur sein, möglichst viele verschiedene Blickwinkel in Bezug auf *Gemeinsames Lernen* im Mathematikunterricht einzunehmen, die den allgemeinen Bildungsstandards, sowie den Standards der Lehrerbildung (vgl. KMK 2004a) und aktuellen Vorgaben in Bezug auf Inklusion gerecht werden. Dazu werden konkrete Unterrichtssituationen, ausgewählte fachdidaktische Aspekte, diagnostische Elemente und Modelle zur Unterrichtsplanung mit Fokus auf Schülerinnen und Schüler mit besonderen Unterstützungsbedarfen betrachtet.

Rechtlicher Rahmen

Das Recht auf die gemeinsame Beschulung von Lernenden mit und ohne sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf basiert auf Artikel 24, Abs. 1 der UN-Behindertenrechtskonvention. Hier erkennen die Vertragsstaaten das Recht auf Bildung für Menschen mit Behinderung an und gewährleisten ein inklusives Schulsystem auf allen Ebenen. Deutschland wurde im März 2009 Vertragspartner und gewährleistet damit ein umfassendes Individualrecht „[...] auf Bildung und lebenslanges Lernen für Menschen mit Behinderung“ (Schmidt 2016, S. 5). Nordrhein-Westfalen brachte im Oktober 2013 das 9. Schulrechtsänderungsgesetz auf den Weg, das zur Umsetzung der UN-Behindertenrechtskonvention verpflichtet (vgl. MSB 2014 c, § 19 (2)).

Die für diesen Kontext relevanten Begriffe werden im Glossar kurz erläutert und bei der ersten Nennung im Fließtext *kursiv* gesetzt.

1.2 Leitgedanken der Handreichung

Die Handreichung setzt sich schwerpunktmäßig mit dem Teil des Mathematikunterrichts auseinander, der das Lernen am gemeinsamen Gegenstand realisiert und mit kooperativen Lernsituationen eng verbunden ist. Inhaltlich orientieren sich die Ausführungen an den folgenden mathematikdidaktischen Leitgedanken:

Mathematik als Aktivität

Mathematik ist als Aktivität im und durch die Lernenden zu betrachten. Damit mathematische Inhalte gelernt und verstanden werden können, müssen sie rekonstruiert und wiedererfunden werden. Dieses geschieht im sozialen Austausch, denn „[...] Erkenntnis-, Lern- und Anwendungsprozesse sind soziale Prozesse. Was z. B. ein Beweis ist, lässt sich nicht absolut entscheiden, sondern wird in der Gruppe der Mathematiker ausgehandelt“ (Wittmann 1996, S. 7).

Offener Mathematikunterricht vom Fach aus

Mit offenem Mathematikunterricht ist die Öffnung des Unterrichts durch die innere Offenheit vom Fach aus gemeint und nicht die Offenheit durch Organisationsformen, Methoden (Lerntheke, Stationenlernen, Werkstatt u. ä.) oder Sozialformen. Die innere Offenheit von der Mathematik aus bedeutet, dass unter Beibehaltung der Fachstrukturen und einer genetischen Strukturierung die mathematischen Inhalte für die Lernwege der Schülerinnen und Schüler geöffnet werden (vgl. Wittmann 1996), damit Re-Konstruktionen möglich sind.

Gemeinsames Lernen am gemeinsamen mathematischen Gegenstand

Die Prinzipien eines guten Mathematikunterrichts im Sinne der aktuellen Mathematikdidaktik gelten auch für den Mathematikunterricht im Gemeinsamen Lernen. Das bedeutet, dass ein guter gemeinsamer Mathematikunterricht ein offener Mathematikunterricht ist, so dass innerhalb eines gemeinsamen Kontextes Anknüpfungsmöglichkeiten für alle Lernenden bestehen, indem sie sich „[...] innerhalb eines fachlich gesetzten Rahmens [...] selbst differenzieren und dabei im interaktiven Austausch miteinander sind“ (Bartnitzky & Brügelmann 2012, S. 24).

Individuelle Förderung bedeutet Teilhabe

Eng verbunden mit dem Lernen am gemeinsamen Gegenstand ist die Idee eines ‚integrativen Förderkonzepts‘ (vgl. Bartnitzky & Brügelmann 2012). Nicht die Vereinzelung der Lernenden und das Abarbeiten individuell gepasster Aufgabenblätter stehen im Zentrum, sondern die kommunikative inhaltlich basierte Teilhabe aller Lernenden am Klassenunterricht mit dem Ziel

eines grundlegenden Kompetenzerwerbs. Eine Differenzierung im Sinne einer Individualisierung findet in zeitlich befristeten Maßnahmen im Rahmen innerer oder äußerer Differenzierung statt und führt in die gemeinsamen Prozesse zurück (vgl. ebd.).

Kompetenzorientiertes Lernen von Mathematik

Im Gemeinsamen Lernen werden die Lerninhalte im Fach Mathematik auf Basis korrekter Fachlichkeit mit einem der Lerngruppe angemessenen höchsten Grad an Offenheit in der Sache vermittelt. Diesen Prozess, der Wissen und Können kumulativ erweitert, begleitet die Lehrkraft, indem sie die inhaltsbezogenen mit den prozessbezogenen Kompetenzen verknüpft. Individuelle Zugangsweisen, Deutungsversuche und Lösungswege sowie Darstellungsweisen und Vorstellungen der Lernenden werden ausgehend vom Singulären bis zum Regulären weiterentwickelt.

Fehler als Bestandteil des mathematischen Lernprozesses

Prozesshaftes Lernen basiert auf der Haltung, das Denken der Kinder und Jugendlichen zu verstehen, statt sie zu belehren (vgl. Wielpütz 1998, S. 9 ff.). Daraus entsteht ein konstruktiver Umgang mit Fehlern. Irrwege, Missverständnisse oder Fehlvorstellungen sind Anlass, die subjektive Logik der Lernenden zu ergründen und zu überdenken. Das gelingt nur in einem verstehensorientierten Dialog zwischen Lernenden und Lehrenden.

Intelligentes Üben für alle Lernenden

Im Mathematikunterricht sind Übungen bedeutungsvoll. Sie gehen von problemhaltigen Situationen aus und sind zur Sicherung der Basisfertigkeiten und Grundkenntnisse in strukturell verbundene Sinnzusammenhänge eingebettet. So sind über das Training hinaus Entdeckungen mathematischer Beziehungen möglich. Das beziehungsreiche Üben kommt allen Lernenden zugute, denn das Nutzen von Strukturen ist beim Rechnen hilfreich. Problemhaltige (Übungs-)Aufgaben regen das problemlösende Denken an und motivieren. Sie bedeuten eine Lernchance für alle Lernenden, mehr noch: „[...] strukturierte Übungen [erweisen sich] als äußerst vorteilhaft für Kinder mit Lernschwächen“ (Scherer 2003, S. 17).

2 Ausgewählte fachdidaktische Aspekte

Die Aspekte, die für einen guten aktuellen Mathematikunterricht leitend sind, gelten auch für den Mathematikunterricht im Gemeinsamen Lernen. Die Lernenden bearbeiten im Unterricht „[...] Probleme, Aufgaben und Projekte mit mathematischen Mitteln, lesen und schreiben mathematische Texte, kommunizieren über mathematische Inhalte u. a. m.“ (KMK 2004 c, S. 9). Denn die „Sicherstellung fachlicher Inklusion“ ist notwendig, „damit es innerhalb der sozialen Inklusion nicht zur fachlichen Exklusion kommt“ (Peter-Koop 2016, S. 5).

Auch für das Fach Mathematik, dessen Inhalte vielfach hierarchisch geordnet sind, gilt das Postulat einer fachlichen Inklusion und das Lernen am gemeinsamen Gegenstand.

2.1 Prinzipien guten inklusiven Mathematikunterrichts

Die Aspekte, aus denen sich die Prinzipien eines guten inklusiven Mathematikunterrichts ergeben, sind in den Bildungsstandards und Kernlehrplänen grundgelegt. Alle Lehrpläne orientieren sich am Konzept Heinrich Winters für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht (vgl. Winter 1995, S. 37-46). Sie umfassen die inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen. Da sich im aktuellen Verständnis das Mathematiklernen nicht auf den alleinigen Erwerb der inhaltsbezogenen Kompetenzen beschränken darf, sondern untrennbar mit den prozessbezogenen Kompetenzen verbunden ist, gehören in einen guten Unterricht beide Kompetenzbereiche.

Auch im Inhaltsbereich Lehren und Lernen des Referenzrahmens Schulqualität NRW wird in der Dimension Kompetenzorientierung die individuelle Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler ins Zentrum der Planung und Gestaltung der Lehr- und Lernprozesse gestellt. Wissen, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Motivation, Haltungen und Bereitschaften prägen den individuellen Kompetenzerwerb. Bezogen auf das Fach Mathematik sind hier insbesondere die inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen von besonderer Relevanz (vgl. MSW 2015 b, S. 22).



Inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen beziehen sich auf die zentralen mathematischen Ideen des Faches Mathematik wie sie in den Lehrplänen grundgelegt sind.

Prozessbezogene Kompetenzen sind allgemeine mathematische Kompetenzen. Dazu zählen in allen Schulformen das Problemlösen, das Modellieren, das Argumentieren und Kommunizieren, das in der Grundschule auch das Darstellen umfasst. Erweitert wird dieser Kanon in Sekundarstufe I und II um den Kompetenzbereich Nutzen von geeigneten Werkzeugen¹ (vgl. MSB 2019).

„Prozessbezogene Kompetenzen werden immer nur bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen erworben und weiterentwickelt“ (MSW 2007, S. 12).

Darüber hinaus gelten für alle Schulformen die Anforderungsbereiche der Bildungsstandards, bei denen es „[...] um die – einer Aufgabe inhärente – kognitive Komplexität“ geht (Blum u.a. 2006, S. 21).

In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (vgl. KMK 2005) sowie für den Mittleren Bildungsabschluss (vgl. KMK 2004) werden drei verschiedene Anforderungsbereiche für mehr oder weniger komplexe Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler beim Bearbeiten von Aufgabenstellungen beschrieben.

¹ Im Kernlehrplan für die Sekundarstufe I Gymnasium - Mathematik (vgl. MSB 2019) wird vom Kompetenzbereich Operieren gesprochen.)

Abbildung 1 Anforderungsbereiche aus den Bildungsstandards (vgl. KMK 2005, 2004 c)

Bildungsstandards im Fach Mathematik für den		
	Primarbereich	Mittleren Schulabschluss
Anforderungsbereich	Das Lösen der Aufgabe ...	Dieser Anforderungsbereich umfasst...
Reproduzieren AB I	... erfordert Grundwissen und die direkte Anwendung von gelernten Verfahren i.S. einer Routinetätigkeit.	...die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.
Zusammenhänge herstellen AB I	... das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen.	... das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.
Verallgemeinern und Reflektieren AB III	... komplexe Tätigkeiten wie Strukturieren, Entwickeln von Strategien, Beurteilen und Verallgemeinern.	... das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

In den Kernlehrplänen der Grund- und weiterführenden Schulen sind die Ideen verankert, die leitend für das Lehren und Lernen von Mathematik sind:

- das entdeckende bzw. nacherfindende Lernen
- das beziehungsreiche Üben bzw. die integrierenden Wiederholungen
- die Vernetzung verschiedener Darstellungsformen
- der Einsatz ergiebiger Aufgaben bzw. komplexer Problemkontexte
- die Anwendungs- und Strukturorientierung bzw. die Vernetzung inner- und außermathematischer Fragestellungen (vgl. MSW 2008).

Aufgabe des Gemeinsamen Lernens im Mathematikunterricht ist es, diese Leitideen inklusiv zu denken. Damit greift auch im inklusiven Setting ein Mathematikunterricht, der sich auf die „[...] nachvollziehende Anwendung von Verfahren und Kalkülen [...]“ (MSW 2007, S.12)

beschränkt, zu kurz. Stattdessen muss „das Lernen auf die Bewältigung von Anforderungen ausgerichtet und als kumulativer Prozess organisiert sein“ (MSW 2008, S.56).



Für *zielgleich* lernende Kinder und Jugendliche mit sonderpädagogischen Unterstützungsbedarfen im Bildungsgang der allgemeinen Schulen entsprechen die mathematischen Anforderungen den Kompetenzerwartungen der Lehrpläne der besuchten Schulform. Ihre spezifischen Bedarfe in den Entwicklungsbereichen sind ggf. gleichzeitig zu beachten und haben Einfluss auf konzeptionelle Rahmungen und Settings des Unterrichts, so dass sich beispielsweise die Notwendigkeit ergibt, das Classroom Management und dessen proaktive und reaktive Kriterien besonders in den Blick zu nehmen (vgl. Bezirksregierung Münster 2014). Auf der anderen Seite können die Besonderheiten der einzelnen *Förderschwerpunkte* weiterführende fachlich begründete Differenzierungsmaßnahmen die Nutzung von behindertenspezifischen Hilfsmitteln (Lesegeräte, Übertragungsanlagen, etc.) bzw. *Nachteilsausgleiche* (vgl. 5.7) notwendig machen.



Für *zielfifferent* Lernende im *Bildungsgang Lernen* und im *Bildungsgang Geistige Entwicklung* muss der Unterricht inhaltlich, methodisch und medial so konzipiert sein, dass die Lernenden auf ihrem Niveau einen Lernerfolg erzielen können. Unterschiede ergeben sich sowohl hinsichtlich des inhaltsbezogenen als auch des prozessbezogenen Lernens. So kann etwa die prozessbezogene Kompetenz des Problemlösens häufiger durch assimilierende, weniger durch akkommodierende Prozesse entwickelt werden. Im Unterricht müssen Situationen geschaffen werden, so dass diese Lernenden sich als erfolgreich bei der Lösung eines Problems erleben – egal auf welchem Anforderungsniveau gearbeitet wird. Es besteht ansonsten die Gefahr, dass diese Lernenden ‚nur mitlaufen‘ und dann auch das ‚Mitdenken‘ einstellen. Partizipation führt nicht automatisch zu Lernerfolgen.

Lernende im Bildungsgang Lernen bzw. Geistige Entwicklung bearbeiten deshalb ggf. problemlösende Aufgaben auf einem anderen Niveau und mit anderen Zielen. Bei den inhaltsbezogenen Kompetenzen muss abgewogen werden, inwieweit die kognitive Leistungsfähigkeit individuell gegebene Grenzen aufzeigt und das bereichsspezifische Wissen der Lernenden im Fach Mathematik eine Differenzierung auf sachstruktureller Ebene notwendig macht.

Entdeckendes und nacherfindendes Lernen

Mathematik ist nicht als Fertigprodukt zu vermitteln, sondern bedarf eines aktiven Lernprozesses. Das Prinzip des entdeckenden, nacherfindenden Lernens folgt diesem Gedanken und basiert auf dem konstruktivistischen Lernbegriff.



Konstruktivistischer Lernbegriff

Lernen im konstruktivistischen Sinne ist als eine aktive Konstruktion im Lernenden, als Resultat einer Wechselwirkung zwischen „innen“ und „außen“ zu verstehen. Es besteht „im fortlaufenden Knüpfen und Umstrukturieren eines flexiblen Netzes aus Wissens-elementen und Fertigkeiten, wobei es die Lernenden selbst sind, die [...] ihre Wissensnetze von verschiedenen Stellen aus aktiv-entdeckend weiterknüpfen“ (Müller u.a. 1997, S.21).

Ein konstruktivistischer Lernprozess wird im Fach Mathematik initiiert durch mathematische Problemstellungen, die nicht mit Routineverfahren gelöst werden können. Sie erzeugen im fachlichen Verständnis eine „Störung“, einen kognitiven Konflikt, der ein Umstrukturieren der bisherigen Denkschemata erfordert und die Stufe der nächsten Entwicklung einleitet. Mathematische Problemstellungen sind Ausgangspunkt eines jeden entdeckenden Lernprozesses.



Entdeckendes Lernen

Das entdeckende und nacherfindende Lernen ist DAS Leitprinzip des Mathematikunterrichts, mit dem der Name Heinrich Winter untrennbar verbunden ist.

Nach Winter ist das entdeckende Lernen „[...] nicht eine Methode des Lernens, die erst nach dem Aufstellen der Ziele gewählt wird [...], sondern es bestimmt bereits die Ziele mit“ (Winter 1987, S. 15). Auch ist Winter der Auffassung, dass Lernen umso effektiver ist, je mehr es vom Lernenden selbst ausgeht und je mehr dieser seinen Lernprozess aktiv mitbestimmen kann (vgl. ebd. S. 14).

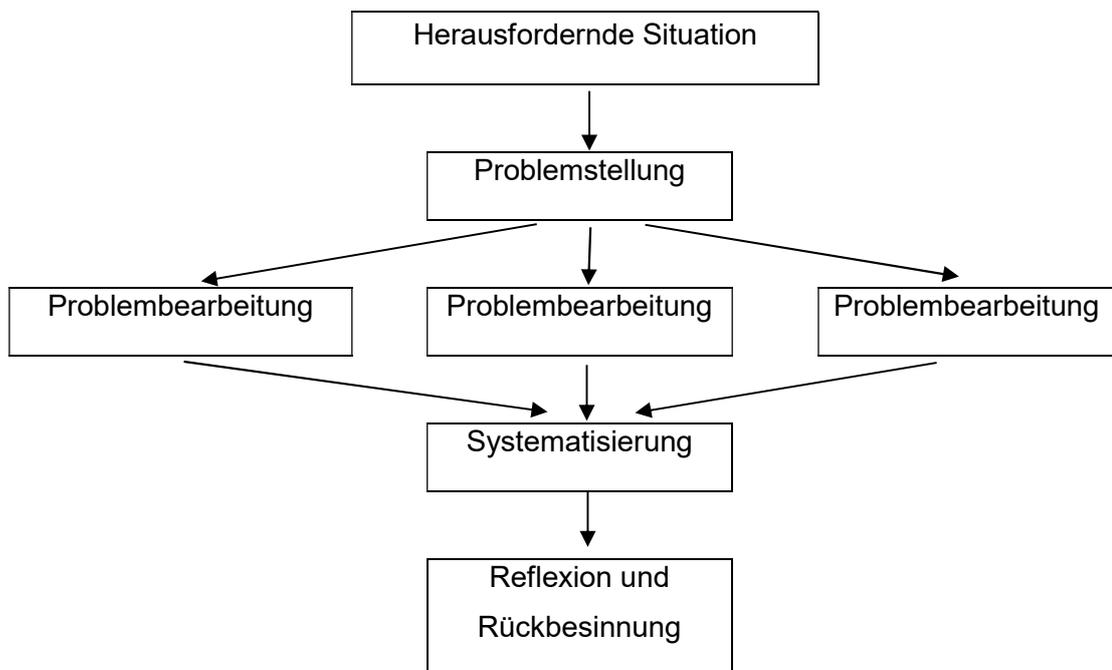
Nach Winter lassen sich in idealtypischer Vereinfachung vier Phasen eines entdeckenden Lernprozesses unterscheiden.

Der Lernprozess

- geht von herausfordernden Situationen aus, die die Schülerinnen und Schüler zum Beobachten, zum Fragen und Vermuten auffordern.
- stellt ein Problem oder einen Problemkomplex heraus, der Lernende zu eigenen Lösungsansätzen ermutigt und Hilfen zum Selbstfinden anbietet.
- bringt Ergebnisse mit bisherigem Wissen auf vielfältige Art in Verbindung, stellt Ergebnisse und Lösungen mehr und mehr so klar und kurz wie möglich dar, verankert diese ggf. gedächtnismäßig und ermuntert zum selbständigen Üben.
- fordert zur Rückbesinnung und zum Sprechen über den Wert des neuen Wissens sowie über die Art der Aneignung auf und regt die Erschließung neuer, verwandter Sachverhalte an.

Mit den Phasen eines entdeckenden Mathematiklernens bewegt sich der Unterricht im Spannungsfeld zwischen gemeinsamen und individualisierten Lernphasen, die wieder in gemeinsame Prozesse zurückgeführt werden.

Abbildung 2 Phasen des entdeckenden Lernens



Das Prinzip des entdeckenden Lernens ermöglicht es, fundamentale Ideen der Mathematik spiralartig zu behandeln. Mathematische Inhalte werden an verschiedenen Stellen im Lernprozess, in einem Schuljahr oder im Laufe der Schulzeit immer wieder aufgegriffen – auf einem höheren Niveau, in einer komplexeren Struktur und in einem größeren Sinnzusammenhang. Erlerntes wird dabei erweitert und stabilisiert. In diesen Prozess ist das Üben (automatisch) integriert.

Beziehungsreiches Üben und integrierende Wiederholung

Mathematisches Lernen ist auf die Entwicklung und Flexibilisierung von Denkschemata und auf das Vernetzen von Wissen auf immer höherem Niveau und in immer komplexeren Zusammenhängen ausgerichtet. Kognitive Strategien bilden sich aber nur auf der Basis solider Kenntnisse und Grundtechniken aus. Deshalb gehört Üben unverzichtbar zum Lernprozess. Allerdings ist Mathematik mehr als das Speichern von Detailwissen. Deshalb muss auch das Üben selbst konstruktiv-entdeckend und beziehungsreich angelegt sein. Automatisierungen werden dabei zu einem integralen Bestandteil des Lernprozesses. Die Idee des beziehungsreichen Übens und der integrierenden Wiederholung basieren auf dem Leitgedanken, „dass entdeckend geübt und übend entdeckt“ (Winter 1987, S. 6 f.) wird. Das bedeutet, dass ein sinnstiftendes Üben Inhalte, die bereits gelernt und nun geübt werden sollen, in neuen Kontexten wieder aufgreift, vertieft und erweitert. Beziehungsreiches Üben ist insofern kein Selbstzweck, sondern verfolgt immer auch einen Lernzuwachs.

Für diesen Prozess prägte Wittmann in den 1990er Jahren den Begriff des produktiven Übens (vgl. Wittmann 1996). Er unterscheidet Übungen, deren Aufgabenmaterial in einem strukturellen Zusammenhang (z. B. Zahlenmauern) zueinander stehen von Aufgaben, die strukturell unverbunden sind (z. B. isolierte Aufgabenserien beim sogenannten „Päckchenrechnen“).



Produktives Üben

Produktive Übungen lassen sich nach der Art der Struktur unterscheiden.

- **Problemstrukturiertes Üben:** Die Aufgaben beziehen sich auf ein Problem oder eine übergeordnete Fragestellung. Die Lösungen der Aufgaben bereiten die Untersuchung der übergeordneten Struktur vor.
- **Operativ strukturiertes Üben:** Die Aufgaben resultieren aus einer systematischen Variation der Aufgabendaten, wobei die Ergebnisse in einem gesetzmäßigen Zusammenhang stehen (wenn-dann Wirkungen werden untersucht).
- **Sachstrukturiertes Üben:** Die Aufgaben stehen in einem Sachzusammenhang. Die Ergebnisse und die Diskussion darüber erweitern das Sachwissen.

Aus dem Zugang zur Struktur ergeben sich wiederum zwei Kategorien von Übungstypen: Im reflektierenden Üben wird die Struktur erst im Nachhinein sichtbar, wenn eine Serie von Aufgaben gelöst und die Ergebnisse in Beziehung gesetzt werden. (z.B. Zahlenmauern: systematisches Erhöhen der Zahl im mittleren Basisstein um eine Konstante und Auswirkungen auf die Zahl im Zielstein)

Bei Aufgaben im Bereich des immanenten Übens ist der strukturelle Zusammenhang zwischen den Aufgaben von vornherein bekannt. Zur Lösung einer übergeordneten Zielsetzung wird die Struktur bereits genutzt. (z.B. Zahlenmauern: Finde Zahlenmauern mit drei Zahlen in der Basis und der Zahl 20 im Zielstein.)

Für die weiterführenden Schulen hat Timo Leuders den Begriff des Intelligenten Übens geprägt. Produktives Üben und Intelligentes Üben gehen Hand in Hand. Leuders (2009, S. 134) formuliert weitere Kriterien, die an gute Übungsaufgaben gestellt werden:

- **sinnstiftend:** Dem Übenden wird möglichst transparent gemacht, wozu die Übung dient: „Was kann man durch die Übung besser verstehen? Wozu kann man die Fähigkeit anwenden?“
- **entdeckungsoffen:** Das Üben ist nicht auf das lineare Abarbeiten von vorgezeichneten Tätigkeiten beschränkt. Die Aufgaben regen an, schon beim Üben mathematisch tätig zu sein, eigene Wege zu gehen, Entdeckungen zu machen, die über das enge Ziel der Übung hinausgehen.
- **selbstdifferenzierend:** Die Aufgaben sind so gestellt, dass schwache und starke Schülerinnen und Schüler mit ihnen arbeiten können. Jeder Lernende kann auf ihrem/seinem Niveau Nutzen aus den Übungen ziehen.
- **reflexiv:** Die Aufgaben regen immer auch zum Nachdenken über den Gegenstand der Übung oder über seine Übungstätigkeit an.



„Gerade für die langsamer (oder auch anders - Anm. d. V.) Lernenden ist ein intelligentes Üben grundlegender Fertigkeiten nötig“ (Hirt & Wälti 2012, S. 19). Die ggf. notwendigen Differenzierungsmaßnahmen resultieren aus der Kategorisierung Wittmanns. Indem die Struktur von Übungsaufgaben, die Art der Struktur und der Zugang zur Struktur variiert werden, ergeben sich vielfältige Differenzierungschancen. So können im Gemeinsamen Lernen im gleichen fachlichen Kontext Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades und unterschiedlicher Komplexität gestellt werden, die gestützt mit Material oder formal bearbeitet werden können. (vgl. Kapitel 3.2.2)

Explizit für die Förderplanung sind die Kriterien ‚sinnstiftend und reflexiv‘ von Bedeutung. Um grundlegende Kenntnisse (wie die Zahlensätze des kleinen Einmaleins oder des Einspluseins) im Langzeitgedächtnis zu verankern, sind automatisierende Übungen erforderlich. Da sie möglichst selbstreguliert stattfinden sollen, müssen die Lernenden ihren Lern- und Leistungsstand reflektieren und die Lern- und Übungsziele mitbestimmen. Das heißt aber nicht, die Entscheidungen über Lernziele und Lernschritte vollständig in die Verantwortung der Lernenden zu legen.

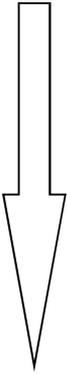
Insbesondere bei zieldifferent zu Unterrichtenden ist es Aufgabe der Lehrkraft, die Übungsinhalte an den individuellen Förderzielen, die im *individuellen Förderplan* verankert sind (vgl. Kapitel 5.3), auszurichten und den Lernenden Möglichkeiten zum Weiterlernen transparent zu machen. Anleitung, Steuerung und Kontrolle der Lernprozesse tragen dazu bei, dass Lernen erfolgreich verlaufen kann.

Vernetzung verschiedener Darstellungsformen

Da fundamentalen mathematischen Begriffen Operationen zugrunde liegen, die nicht wie empirische Begriffe durch Abstraktion vom Objekt aus erschlossen werden, sondern durch Abstraktion von Handlungen, sollen die enaktiven und ikonischen Wurzeln von Begriffen und symbolischen Operationen breit entwickelt und als Grundlage für die Symbolisierung benutzt werden (vgl. Wittmann 1995, S. 91).

Die schulische Vermittlung mathematischer Operationen wie z. B. die Grundrechenarten folgt im Wesentlichen dem von Hans Aebli (2001) beschriebenen Abstraktionsprozess einer (mathematischen) Operation. Der Aneignungsprozess vollzieht sich nach Aebli in vier Stufen:

Abbildung 3 Aneignungsprozess in vier Stufen (Aebli 2001)

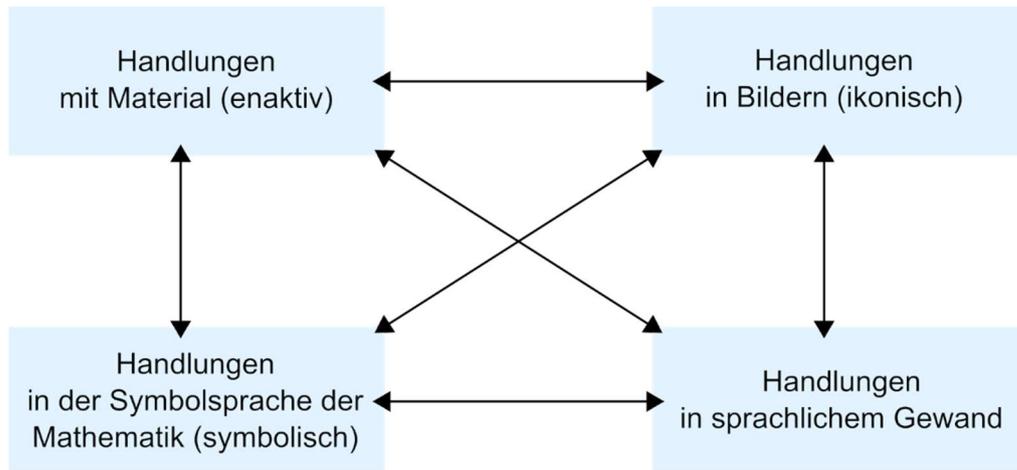


1. Figurale Stufe:	die Operation wird effektiv in einer konkreten Handlung an realen Objekten vollzogen
2. Bildliche Stufe:	die Operation wird bildlich-grafisch veranschaulicht und an der vorgestellten Handlung vollzogen
3. Symbolische Stufe:	die Operation wird durch mathematische Symbole dargestellt und losgelöst von der Anschauung auf einer logisch-abstrakten Ebene vollzogen
4. Automatisierung:	Durchdringen operativer Zusammenhänge mit dem Ziel der gedächtnismäßigen Verankerung von Wissen

Die Stufen werden nacheinander durchlaufen, das Denken schreitet vom konkreten Handeln über das vorgestellte Handeln bis zum unanschaulich-logischen Handeln voran und festigt sich in der Phase der Automatisierung. Ein gelungener Verinnerlichungsprozess ist ein Prozess, der „das Denken im Rahmen des Handelns weckt, es als ein System von Operativen aufbaut und es schließlich wieder in den Dienst des praktischen Handelns stellt“ (Aebli 2001). Von den Stufen des Abstraktionsprozesses nach Hans Aebli sind die Darstellungsebenen oder Repräsentationsmodi nach Jerome Bruner zu unterscheiden. Bruner verwendet für seine Repräsentationsmodi eine ähnliche Begrifflichkeit wie Aebli, beschreibt damit jedoch die Formen, wie Wissen und Können dargestellt werden können: in enaktiver Form durch eine Handlung, in ikonischer Form durch bildliche Mittel und in der symbolischen Form durch Sprache und Zeichen. Als Ausdrucks- oder Darstellungsmittel sieht Jerome Bruner die Darstellungsformen E-I-S (enaktiv, ikonisch, symbolisch/sprachlich) „als prinzipiell gleichberechtigte Weisen (Modi)“ an (Lauter 1995).

Die Darstellungsebenen - im Aebli'schen Sinne als Stufen der Abstraktion verstanden und im Bruner'schen Sinne als Informationsträger und Artikulationshilfe - konsolidieren sich im Mathematikunterricht im E-I-S-Prinzip, dem Verknüpfen der Darstellungsebenen.

Abbildung 4 Verknüpfung der Darstellungsebenen



Die Herausforderungen für mathematische Lernprozesse (sprachlich, begrifflich, ikonisch, symbolisch) liegen im Rahmen der Vernetzung der Darstellungsebenen. Schülerinnen und Schüler erschließen sich einen mathematischen Sachverhalt individuell unterschiedlich und bearbeiten diesen. Diese Unterschiede liegen einerseits auf unterschiedlichen Stufen des Abstraktionsprozesses, andererseits auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen in der Darstellung eines mathematischen Sachverhalts. Daher sind das E-I-S-Prinzip und das Vorkommen der verschiedenen Darstellungsebenen im Mathematikunterricht für alle Lernenden ein unverzichtbares Muss. „Wissen, das in verschiedenen Darstellungen erworben wurde und verfügbar ist, kann leichter behalten werden und die Fähigkeit Wissen nach Bedarf in die ein oder andere Form zu transportieren, erhöht die Flexibilität und den Erfolg beim Problemlösen“ (Wittmann 1995, S. 90). Deshalb wird die Fähigkeit des Wechsels innerhalb einer Repräsentationsebene (intramodaler Transfer) und des Wechsels zwischen den Repräsentationsebenen (intermodaler Transfers) gefördert.

Auf die besondere Bedeutung der Sprache im Mathematikunterricht wird in Kapitel 2.2 eingegangen.



Das E-I-S-Prinzip findet bei der Erarbeitung neuer Inhalte oder auch bei Verständnisproblemen und bei dem Auftreten von Fehlvorstellungen Anwendung. Hier bietet es sich an, den Lernenden individuell länger einen Zugang auf der enaktiven und anschließend auf der ikonischen Ebene zu bieten. Die Anwendung dieses Prinzips wurde im Rahmen der Projekte „Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit“ und „Mathe sicher können“ (vgl. Prediger u.a. 2013) genutzt, um Problemen in der Bruchrechnung bei der Vorstellung von Teilen von Mengen (Maß- oder Kardinalzahlen) zu begegnen. Im

Rahmen der Projekte wurde der haptische Zugang mithilfe der Bruchstreifen genutzt (vgl. Abbildung 5 Teile von Mengen auf dem Bruchstreifen (vgl. Prediger u.a. 2013) Abbildung 5 Teile von Mengen auf dem Bruchstreifen (vgl. Prediger u.a. 2013)). Die Lernenden legen zum Beispiel einen Bruch (hier $\frac{5}{6}$ von 24) indem sie 24 Plättchen auf 6 Felder verteilen. Zur Strukturierung der Mitschrift und um sprachliche Mittel zur Verfügung zu stellen, erhalten die Lernenden ein Protokollblatt (vgl. Abbildung 6 Protokollblatt (vgl. Prediger u.a. 2013)). Mit diesem Material arbeiten die Lernenden so lange bis sie die Erkenntnis gewonnen haben, dass ein Teil (also $\frac{1}{6}$) durch die Division $24:6=4$ berechnet werden kann und dass $\frac{5}{6}$ dann durch die Multiplikation $5 \cdot 4$ bestimmt wird. Erst wenn dieses Verständnis erreicht wurde, können die Lernenden die enaktive Ebene verlassen. Es folgt die Bestimmung der Anteile durch Bilder (ikonische Ebene) und letztlich durch die symbolische Schreibweise. Die Verweildauer in den unterschiedlichen Ebenen ist individuell. Der Unterricht muss so gestaltet werden, dass jede Schülerin und jeder Schüler die Möglichkeit hat auf der jeweiligen Stufe ausreichend lange zu verweilen.

Abbildung 5 Teile von Mengen auf dem Bruchstreifen (vgl. Prediger u.a. 2013)

Lege $\frac{5}{6}$ von 24					
Handlungen auf dem Bruchstreifen					

Abbildung 6 Protokollblatt (vgl. Prediger u.a. 2013)

Protokoll						
Aufgabe: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ von 9		Lösung der Hilfsaufgabe 		Lösung der Aufgabe 		
Anteil	ganze Menge	Anteil zu einem Feld	Teil zu einem Feld	Anteil	gesuchter Teil	Antwort
$\frac{2}{3}$	9	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{2}{3}$	6	$\frac{2}{3}$ von 9 ist 6



Durch die Zugangsweisen über die unterschiedlichen Darstellungsebenen eröffnet sich für alle Lernenden im Mathematikunterricht, aber besonders für diejenigen mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf die Chance eines differenzierten Zugriffs auf einen mathematischen Inhalt. Indem ein Lerngegenstand auf der handelnden Ebene genauso erschlossen werden kann wie auf der symbolischen Ebene (z.B. Entdeckerpäckchen als Punkt- oder Zifferndarstellungen mit Plättchen oder als Zeichnung) wird das Lernen am gemeinsamen Gegenstand erst möglich.

Dennoch bedeutet Hans Aebli's Theorie des Abstraktionsprozesses, der sich vereinfacht in der Formel ‚vom Konkreten zum Abstrakten‘ ausdrücken lässt, nicht, dass auch später jedes Lernen enaktiv eingeleitet und über den ikonischen Modus in die symbolische Ebene zu übertragen ist. Wenn ausreichende symbolische Vorkenntnisse vorliegen, ist es sinnvoll, bereits auf der symbolischen Ebene zu beginnen (vgl. Wittmann 1995, S. 90).

Ergiebige Aufgaben und komplexe Problemkontexte

Das Leitprinzip des entdeckenden bzw. nacherfindenden Lernens rückt ergiebige Aufgaben und komplexe Problemkontexte in das Zentrum des Mathematikunterrichts.

Zahlreiche Veröffentlichungen (vgl. z.B. Krauthausen & Scherer (2014), Hirt & Wälti (2012)) beschäftigen sich mit der Qualität und den Kennzeichen dieser Aufgaben. Trotz unterschiedlicher Terminologie herrscht im Wesentlichen eine grundsätzliche Übereinstimmung darüber, welche Eigenschaften ergiebige Aufgaben bzw. komplexe Problemkontexte besitzen und welche Kriterien die Aufgabenkultur des Mathematikunterrichts charakterisieren:

- Sie repräsentieren fachliche Ziele, Inhalte und Prinzipien.
- Sie stehen in einem übergeordneten Sinnzusammenhang, können operativ durchdrungen und variiert werden, so dass sich innerhalb eines Aufgabenkontextes neue weiterführende und vertiefende Fragestellungen ergeben.
- Sie sind problemhaltig und lassen Entdeckungen, verschiedene Lösungswege und ggf. Lösungen zu.
- Sie beinhalten unterschiedliche Anforderungsniveaus im Sinne der Anforderungsbereiche und verschiedene Repräsentationsmodi im Brunerschen Sinne.
- Sie umfassen prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen und regen zur Diskussion und Reflexion an.

Ergiebige Aufgaben führen nicht zwangsläufig auch zu einem guten Gemeinsamen Unterricht (vgl. Krauthausen & Scherer 2010, S. 7). Damit diese Aufgaben ihr Potential entfalten können, müssen ihre Funktion und die damit intendierten Zielsetzungen geklärt sein. Dieses geschieht im Hinblick auf den systematischen Kompetenzaufbau aller Lernenden und vor dem Hintergrund individueller Lernvoraussetzungen.

Natürliche Differenzierung

In heterogenen Lerngruppen wird das Lernen am gemeinsamen Gegenstand möglich durch eine Form der Differenzierung, die mit ergiebigen Aufgaben untrennbar verbunden ist: der natürlichen Differenzierung.

Die natürliche Differenzierung eröffnet für den (gemeinsamen) Unterricht Möglichkeiten, die „[...] über die lange bekannten klassischen Differenzierungsformen hinausgehen und damit neue Chancen für den Umgang mit Heterogenität [...] bis hin zur Inklusion bieten“ (Krauthausen & Scherer 2014, S. 49). Die besondere Herausforderung besteht darin, die Differenzierungsform „[...] für inklusive Settings nutzbar zu machen und [...] ggf. anzupassen und zu erweitern“ (Peter-Koop 2016, S. 6).



Natürliche Differenzierung

Unter natürlicher Differenzierung versteht man nach Wittmann und Müller (2007, S. 15) eine Differenzierung, die von den Aufgaben selbst ausgeht. „Da diese Form der Differenzierung beim „natürlichen Lernen“ außerhalb der Schule eine Selbstverständlichkeit ist, spricht man von „natürlicher Differenzierung“ (ebd).

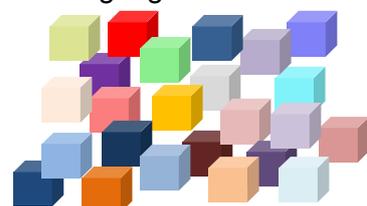
Im Gegensatz dazu legt eine Differenzierung, die von der Lehrkraft ausgeht, von vorne herein (vermeintlich) unterschiedlich anspruchsvolle Aufgaben für verschiedene Leistungsniveaus fest. So wird eine Lerngruppe vielfach in Teilgruppen aufgespalten und leistungsschwächere Lerner arbeiten an den ihnen zugedachten leichteren Aufgaben, leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler erhalten anspruchsvolleres Aufgabenmaterial.



Ein Beispiel für eine solche natürliche Differenzierung in der Jahrgangsstufe 5 bietet die folgende Aufgabe.

Welche Quader kannst du aus 24 Holzwürfeln bauen?

Wie viele hast du gefunden?



Bei dieser Aufgabe wird die mathematische Aufgabenstellung ‚Berechne das Volumen eines Quaders² bei gegebenen Seitenlängen.‘ umgekehrt. Die Schülerinnen und Schüler kennen das Volumen in Form von Einheitswürfeln und sollen nun anhand der gegebenen Größe mögliche Seitenlängen bestimmen. Der offene Erkundungsauftrag ‚Welche Quader könnt ihr hieraus bauen?‘ in der innermathematischen Aufgabe bietet für alle Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, individuell auf dem eigenen Niveau Quader zu finden. Auf den unterschiedlichen Niveaustufen ist es nun möglich, dass die Schülerinnen und die Schüler nur einen Quader, mehrere Quader oder auch alle möglichen Quader finden. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler können zusätzliche begründen, warum es keine weiteren Quader geben kann. Der enaktive Zugang und das haptische Agieren bieten für jede Niveaustufe einen Zugang. Die Bearbeitung der Aufgabe kann sich im Tempo, der Dauer der Nutzung des Materials und in dem systematischen Vorgehen unterscheiden. Die Argumentation wird auf unterschiedlichen Ebenen stattfinden. So kann bei der Bearbeitung der Aufgabe mithilfe der Multiplikation die Volumenformel entdeckt werden, wohingegen andere Schülerinnen und Schüler sich zählend dem Volumen nähern werden. In der Präsentationsphase können alle Lernenden sich beteiligen, da jeder einen Beitrag leisten kann.

Gelingende natürlich differenzierte Lernprozesse basieren auf einem Unterrichtssetting, in dem verschiedene, sich wechselseitig beeinflussende Aspekte wirksam werden. Krauthausen und Scherer benennen Merkmale, durch die natürlich differenzierte Lernprozesse charakterisiert werden: Ausgehend von einem gemeinsamen Inhalt (einer ergiebigen Aufgabe oder einem komplexen Problemkontext) arbeiten alle Lernenden an dem gleichen Lerngegenstand, jedoch auf unterschiedlichen Niveau- und Anforderungsstufen. Dabei sind sie frei in ihren Entscheidungen hinsichtlich der Intensität und Tiefe der Bearbeitung, der Lösungswege, der Dokumentations- und Protokollformen sowie der Hilfsmittel. Individuelle und gemeinsame Lernphasen ergänzen sich und führen zu einem reflektierenden Austausch über den gemeinsamen Lerngegenstand (vgl. Krauthausen & Scherer 2014, S. 50 f.).

Auf mathematischer Ebene ergeben sich in diesem Prozess vielfältige natürlich differenzierende Varianten, indem die Lernenden

- mit unterschiedlichen Anforderungen arbeiten, weil sie variierende Teilaufgaben auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus lösen

² Der Begriff „Quader“ muss ggfs. für einzelne Schülerinnen und Schüler erläutert oder durch einen zugänglicheren Begriff ersetzt werden.

- mit gleichen Anforderungen arbeiten, jedoch verschiedene Lösungswege auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen möglich sind
- mit gleichen Anforderungen arbeiten, jedoch strukturanalog in unterschiedlichen Zahlenräumen (Parallelisierung)
- über die Anforderungen durch Selbstdifferenzierung im Rahmen von Eigenproduktionen selbst entscheiden.



Die Schwierigkeit für Lehrende tritt dann auf, wenn deutliche Förderbedarfe im Bereich der Anstrengungsbereitschaft, der Selbsteinschätzung oder der Selbstwahrnehmung auftreten. Das beeinflusst das Explorationsverhalten derart, dass das Vermeiden von Anstrengung oder von Fehlern dazu führen kann, die Aufgabe nicht anzunehmen. Konkrete Hinweise zur Förderung können in der entsprechenden Fachliteratur oder den Handreichungen der Bezirksregierung Münster zu den *Förderschwerpunkten Emotionale und soziale Entwicklung (2014)*, *Lernen (2015)* und *Sprache (2019)* entnommen werden.



Eigenproduktionen

Unter Eigenproduktionen versteht man mündliche oder schriftliche Äußerungen, bei denen die Lernenden „[...] selbst entscheiden können, wie sie vorgehen und/ oder wie sie ihr Vorgehen bzw. dessen Ergebnisse darstellen“ (Sundermann & Selter 2006 a, S. 126).

Dabei werden vier Formen der Eigenproduktionen unterschieden:

- Erfindungen: Die Lernenden erfinden selbst Aufgaben.
- Rechenwege: Die Lernenden bewältigen Rechenanforderungen mit Hilfe individueller Vorgehensweisen und stellen ihre Vorgehensweisen als Texte und/ oder Zeichnungen dar.
- Forscheraufgaben: Die Lernenden benutzen, beschreiben und begründen Zusammenhänge im Kontext einer ergiebigen Aufgabe.
- Rückschau und Ausblick: Die Lernenden reflektieren über den Lerngegenstand oder den eigenen Lernprozess und verschriftlichen ihre Gedanken (vgl. ebd., S. 128 ff.)

Durch natürlich differenzierte Prozesse können ergiebige Aufgaben flexibel an die Lernvoraussetzungen und Lernpotentiale einer heterogenen Lerngruppe angepasst werden. So sind „[...] Anforderungen und Entdeckungen unterschiedlichster Qualität möglich [...]“

(Nührenbörger & Verboom 2011, S. 24 f.), die im inklusiven Setting für alle Lernenden Herausforderungen bieten.



Ergiebige Aufgaben und natürliche Differenzierung am Beispiel „Reihenfolgezahlen“

Reihenfolgezahlen sind aufeinanderfolgende Zahlen mit dem Abstand 1.

Summen von Reihenfolgezahlen entstehen durch die Addition aufeinanderfolgender Summanden.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 \text{ (Vierersumme)}$$

$$3 + 4 = 7 \text{ (Zweiersumme)}$$

$$387 + 388 + 389 = 1164 \text{ (Dreiersumme)}$$

Differenzierung durch unterschiedliche Anforderungen in variierenden Teilaufgaben auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus:

- AB I Reproduzieren: Bilde aus Reihenfolgezahlen Plusaufgaben und rechne sie aus. Du kannst lange und kurze Aufgaben bilden.
- AB II Zusammenhänge erkennen: Wie kannst du Dreiersummen/ Fünfersummen/ Siebenersummen aus Reihenfolgezahlen geschickt berechnen?
- AB III: Verallgemeinern und Reflektieren: Formuliere eine Regel wie man Reihenfolgesummen mit einer ungeraden Anzahl an Summanden geschickt berechnen kann! Wie lautet die Regel für die Berechnung der Summe bei einer geraden Anzahl an Summanden?

Differenzierung bei gleichen Anforderungen durch verschiedene Lösungswege auf unterschiedlichen Repräsentationsebenen:

- Stelle 1000 als Summe von Reihenfolgezahlen dar.
- Finde alle Möglichkeiten.
- Du kannst mit Material legen, schneiden, zeichnen, rechnen...

Differenzierung bei gleichen Anforderungen durch strukturanaloge Fragestellungen in unterschiedlichen Zahlenräumen (Parallelisierung):

- Finde alle Summen aus Reihenfolgezahlen $<$ oder $=10$
- Finde alle Summen aus Reihenfolgezahlen $<$ oder $=30$

Differenzierung durch Selbstdifferenzierung im Rahmen von Eigenproduktionen:

- Welche Ergebnisse bis 100 kannst du als Summen von Reihenfolgezahlen treffen?



Grundsätzlich sind bei allen dargestellten Varianten der natürlichen Differenzierung auch Mischformen möglich, zuweilen sogar nötig, wenn die spezifischen Bedarfe der Lernenden in unterschiedlichen Bildungsgängen (Bildungsgänge der allgemeinen Schulen, Bildungsgang Lernen, Bildungsgang Geistige Entwicklung) es erfordern. Diese können sich auf unterschiedlichen Ebenen vollziehen:

- durch eine Darbietung der Aufgabe auf verschiedenen Repräsentationsebenen kann in den Instruktionsphasen des Unterrichts ein niedrigschwelliger Einstieg geschaffen werden. Gleichzeitig sind verschiedene Eingangskanäle aktiviert, damit für die Lernenden vielfältige Anknüpfungen möglich sind
- durch eine Aufgabenbearbeitung in allen Anforderungsbereichen auf verschiedenen Darstellungsebenen. So ist es möglich, dass auch Anforderungen aus dem Anforderungsbereich II oder III auf enaktiver oder ikonischer Ebene bearbeitet werden können
- in den Prozessen des Problemlösens reichen die möglichen Problemlösestrategien vom probierenden, unsystematischen Vorgehen bis hin zu einem systematischen Lösungsverhalten. Es können gegebenenfalls Tipps gegeben werden, welche Lösungsstrategien erprobt werden können
- in den Prozessen des Argumentierens, können sich Vermutungen auch auf enaktive Tätigkeiten oder ikonische bzw. symbolische Darstellungen stützen
- in den Prozessen des Darstellens und Kommunizierens, können Lernergebnisse und Lernprozesse individuell unterschiedlich dokumentiert werden.

Das Lernen von Mathematik am gemeinsamen Gegenstand ist im konstruktivistischen Verständnis ohne die natürliche Differenzierung nicht denkbar. Dennoch ist der Anspruch, den gesamten Unterricht so zu gestalten zu hoch gegriffen und wird auch den Bedarfen von Lernenden unter Umständen nicht gerecht. Situativ und temporär kann es notwendig sein, individuell angepasste Differenzierungsmaßnahmen zu planen (vgl. Kapitel 3), die dem Zweck dienen, Verständnis zu entwickeln, Fertigkeiten zu trainieren und zu automatisieren, um sich dann weiterführenden und vertiefenden Aufgaben zuzuwenden.

Anwendungs- und Strukturorientierung bzw. Vernetzung inner- und außermathematischer Fragestellungen

„Anwendungs- und Strukturorientierung verdeutlichen die Beziehungshaltigkeit der Mathematik“ (MSW 2008, S. 55): Beide Aspekte stehen in enger Wechselbeziehung zueinander. Während die Anwendungsorientierung mathematische Vorerfahrungen der konkreten Lebenswelt aufgreift und weiterentwickelt, beschreibt die Strukturorientierung die Suche, das Beschreiben und das Begründen von mathematischen Mustern. Die Fähigkeiten, die Rolle der Mathematik in der Welt zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht bei der Bearbeitung vielfältiger kontextbezogener Probleme einzusetzen sowie begründete mathematische Urteile abzugeben zählen zu einer tragfähigen mathematischen Grundbildung. Der Unterricht kann sowohl von außer- als auch von innermathematischen Fragestellungen ausgehen. So kann die Lebenswirklichkeit einerseits Ausgangspunkt für die Entwicklung mathematischer Begriffe und Verfahren sein, andererseits kann die innermathematische Untersuchung von Strukturen und Mustern ihrerseits zum Lerngegenstand werden. Die Beziehung zwischen beiden Aspekten findet sich im Bereich des Sachrechnens, um mit realen Situationen modellierend zu agieren. „Bereits um einfache Sachaufgaben verstehen zu können, kommt es [...] darauf an, Muster in die Sachsituation hineinzulesen“ (Walther u.a. 2008, S. 51).



Für Lernende mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf im *Förderschwerpunkt Lernen* spielt die Anwendungsorientierung im Sinne des Andockens von Lerninhalten an ihre subjektiven lebensweltlichen Erfahrungen eine besondere Rolle. Dabei wird das vorhandene Alltagswissen zur Darstellung und letztlich Erschließung mathematischer Ideen genutzt.

Im bayrischen Rahmenlehrplan für den Förderschwerpunkt Lernen wird hinsichtlich der zu erwerbenden Methodenkompetenzen für Schülerinnen und Schüler mit dem Förderschwerpunkt Lernen als erste Kompetenz das Inbeziehungsetzen von Umwelt und Mathematik genannt (vgl. Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultur 2012, S. 106 ff.).

2.2 Die Bedeutung der Sprache für das Lernen von Mathematik

Da Schulerfolg nicht zuletzt davon abhängt, inwieweit und in welchem Maße die Lernenden über bildungssprachliche Kompetenzen verfügen, ist sprachliches Lernen keine „Sondermaßnahme“ für „Einzelfälle“, sondern [...] Querschnittsaufgabe für alle Fächer“ (Weis 2013 b, S. 8). Auch „mathematisches Lernen im Sinne eines Aufbaus mathematischer Konzepte ist [...]

ohne Sprache undenkbar“ (Weis 2013 b, S.3). Im Fach Mathematik vermittelt die Sprache als Werkzeug des Denkens und Problemlösens den Aufbau mathematischer Begriffe und Grundvorstellungen (vgl. Verboom 2016). Neben mathematischen Verständnisprozessen unterstützt Sprache auch die Prozesse des Verallgemeinerns und Abstrahierens, wie sie für das Lernen und Durchdringen von mathematischen Zusammenhängen notwendig sind, damit sich „das Denken von der konkreten Anschauung in konkreten Situationen“ löst (ebd.). Auch wenn diese Prozesse im Gemeinsamen Lernen in unterschiedlichem Maß erfolgen, profitieren alle Schülerinnen und Schüler von einem Unterricht, der mathematisches und sprachliches Lernen miteinander verknüpft.



Für Lernende im Förderschwerpunkt Lernen ergibt sich durch die Verknüpfung von Sprache und Mathematik eine Chance der Aneignung. Sie benötigen in der Regel Anleitung, um Regelmäßigkeiten zu erkennen und Lösungsstrategien auf neue Situationen anzuwenden. Von daher ist das ‚Sprechen über Mathematik‘ unverzichtbare Grundvoraussetzung.

Sprache als Lerngegenstand und Lernziel des Faches Mathematik

Sprachliche Anforderungen im Mathematikunterricht finden sich sowohl in den inhaltsbezogenen als auch in den prozessbezogenen Kompetenzerwartungen der Lehrpläne. Die inhaltsbezogenen Kompetenzen fordern schon in der Grundschule, dass Kinder

- Beziehungen zwischen Zahlen oder räumlichen Objekten und Operationseigenschaften mit eigenen Worten und zunehmend unter Verwendung von Fachbegriffen beschreiben
- Rechenwege für andere nachvollziehbar mündlich oder schriftlich beschreiben
- mathematische Fragen oder Aufgabenstellungen formulieren
- Fachbegriffe sachgerecht verwenden (vgl. MSW 2008, S. 61 ff.).

Auch die prozessbezogenen Kompetenzen verlangen komplexe sprachliche Fähigkeiten, die die Schülerinnen und Schüler im Unterricht lernen müssen. Wenn Lernende gefordert sind zu erklären, zu argumentieren, zu bewerten, zu vergleichen, mathematische Prozesse für andere darzustellen und zu mathematisieren, stellen die sprachlichen Anforderungen eine große Herausforderung dar.

Sprachliche Herausforderungen für mathematisches Lernen

Sprache im Mathematikunterricht ist nicht nur Lerngegenstand und Lernziel, sondern gleichzeitig auch das Lern- und Lehrmedium, mit dessen Hilfe mathematische Inhalte transportiert, erschlossen und verstanden werden. Sprachliche Anforderungen und Herausforderungen ergeben sich für mathematisches Lernen aufgrund der Existenz verschiedener Sprachregister. Aufgabe eines sprachfördernden Mathematikunterrichts ist es, die verschiedenen alltags-, bildungs-, fach- und symbolsprachlichen Kompetenzen der Lernenden aufzugreifen und systematisch weiter zu entwickeln.



Sprachregister

Die Alltagssprache wird benutzt, wenn Lernende einer Thematik erstmalig begegnen, über erste Entdeckungen berichten, erste Zusammenhänge innerhalb eines Themas beschreiben („Die Zahl wird immer größer. Ich tue bei der Zahl da oben vier dazu ...“).

Die Bildungssprache kommt in Aufgabenstellungen, bei Erklärungen oder in Sachzusammenhängen vor. Um die fachlichen Inhalte zu erschließen, bedarf es bildungssprachlicher Kenntnisse, die häufig nicht im Sprachrepertoire der Lernenden sind.

Begriffe wie ‚vermehrten‘, ‚wahrscheinlich‘, ‚Durchschnitt‘, ‚Ratenzahlung‘, ‚Kosten‘, ‚Skonto‘ u. ä. müssen neben den fachlichen Zusammenhängen gelernt und verstanden werden. Hinzu kommen die in der Sprachdidaktik sogenannten Operatorbegriffe, wie ‚erklären‘, ‚überprüfen‘, ‚begründen‘, ‚darstellen‘, ‚argumentieren‘, die als sprachliche Befehle inhaltlich durchdrungen und entsprechend ausgeführt werden müssen. „Für die mit Operatoren verbundenen unterschiedlichen Sprachhandlungen müssen Sprachmuster zur Verfügung gestellt und eingeübt werden“ (Weis 2013 a, S. 144).

Die Fachsprache des Faches Mathematik „[...] kann nur durch die Kenntnis des Fachwortschatzes verstanden werden“ (ebd.). Zu berücksichtigen ist, dass eine Vielzahl mathematischer Begriffe umgangssprachlich eine andere Bedeutung haben (der Überschlag, gerade Zahlen, ungerade Zahlen, das Produkt, der Bruch, zerlegen usw.). Diese Begriffe können im mathematischen Verständnis nur dann verstanden werden, wenn die Bedeutungsinterferenz der Begriffe inhaltlich auf mathematischer Ebene verstanden ist.

Die Symbolsprache der Mathematik - wie Gleichungen $a + b = c$, Formeln $U = 2\pi r$ oder Repräsentanten M , r , V - stellt komplexe Prozesse und Inhalte präzise und eindeutig dar. Sie ist nur aus der innermathematischen Bedeutung heraus verständlich, außer-mathematische Bezüge können nicht zur Erschließung des Gemeinten benutzt werden. Die Verbindung zwischen inner- und außermathematischer Bedeutung geschieht durch den Mittler Sprache. Die abstrakte Vorstellung muss inhaltlich mit konkreten Vorstellungen verbunden werden (vgl. ebd.).

Maßnahmen zur Sprachförderung im Mathematikunterricht

Auch in einem sprachsensiblen Mathematikunterricht steht das mathematische Lernen im Mittelpunkt. Der Unterricht berücksichtigt aber die mit dem fachlichen Lerngegenstand verbundenen sprachlichen Zusammenhänge, Anforderungen und Lernchancen. Das mathematische Lernen findet immer in der Sprache und mit der Sprache statt (Leisen 2011, S. 14).



Maßnahmen eines förderlichen Umgangs mit Sprache im Mathematikunterricht müssen die sprachliche Heterogenität aller Lernenden berücksichtigen, unabhängig davon, ob spezifische sprachliche Voraussetzungen auf einen sonderpädagogischen Förderbedarf (vgl. Kapitel 5), auf die Herkunft der Lernenden oder auf andere Einflüsse zurückzuführen sind. Daher können sprachfördernde Maßnahmen sowohl die Prinzipien der einzelnen Entwicklungsbereiche als auch Prinzipien umfassen, die bislang eher für Lernende mit Deutsch als Zielsprache bekannt sind. Vielfach finden sich auch Überschneidungen zwischen beiden.

Den sprachlichen Herausforderungen kann durch einen offensiven oder einen defensiven Umgang begegnet werden.



Defensive und offensive Maßnahmen bei sprachlichen Herausforderungen

Ein defensiver Umgang bedeutet, dass der Zugang zur Mathematik durch die Minimierung sprachlicher Hürden erleichtert wird. Darunter werden insbesondere Formen einer sprachlichen Vereinfachung verstanden, wie sie beispielsweise durch die Vermeidung von Passivkonstruktionen, durch den Ersatz von Pronomen durch Nomen, durch die Verdeutlichung trennbarer Verben, durch die Vermeidung von Nominalisierungen oder Imperativformen geschieht (vgl. Weis 2013 a).

Ein offensiver Umgang mit sprachlichen Hürden bedeutet eine fokussierte Spracharbeit. Damit ist gemeint, notwendige Sprachmittel auf Wort-, Satz- und Textebene gezielt zu entwickeln. Dabei wird eine enge Verbindung zwischen dem mathematischen Lerngegenstand und den dazugehörigen sprachlichen Inhalten hergestellt.

Ein rein defensiver Umgang mit sprachlichen Herausforderungen hat deutliche Grenzen, „[...] denn es ist ein wichtiges Bildungsziel, dass Schülerinnen und Schüler auch mit bildungs- und fachsprachlichen Texten umgehen und komplexere mathematische Beziehungen erkennen

bzw. sprachlich ausdrücken können. Langfristig vielversprechender sind daher offensive Ansätze, die Lernende zunehmend zum Bewältigen sprachlicher Herausforderungen befähigen“ (Meyer & Prediger 2012., S. 5). Bewährt hat sich im Rahmen offensiver Maßnahmen das Konzept des Scaffoldings (engl. Baugerüst). Dieser Begriff beschreibt ein sprachliches Unterstützungssystem für die Fachsprache, das zunächst als sprachliches Gerüst aufgebaut und später, wenn es für den Lernenden nicht mehr notwendig ist, wieder abgebaut wird. Die konkreten unterrichtlichen Maßnahmen des Scaffoldings haben die Funktion, „[...] die Lücke, die zwischen dem was ein/e Lerner/ in bereits kann, und dem, was mit Unterstützung möglich ist, durch eine entsprechende Unterrichtsplanung und Unterrichtsinteraktion [...]“ zu überbrücken (Kniffka 2010, S. 1). Fachliches Lernen und sprachliches Lernen gehen gemeinsam einher. Beim Scaffolding werden das Makro- und das Mikro-Scaffolding unterschieden. Beide Maßnahmen basieren auf einer Analyse des mathematischen Lerngegenstandes und einer Analyse der sprachlichen Anforderungen wie (Fach)Begriffe, Satzmuster oder Sprachstrukturen, die der Inhalt an die Lernenden stellt, sowie einer Lernstandsanalyse der mathematischen und sprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler. Während das Mikro-Scaffolding in jeder Unterrichtsstunde realisierbar ist und im Unterrichtsgeschehen eine bewusste und sprachensible Interaktion zwischen Lehrkräften und Lernenden kennzeichnet, bedarf es zum Makro-Scaffolding konkreter vorbereitender Maßnahmen. In der Grundschule hat sich seit einigen Jahren das WEGE-Konzept von Lilo Verboom etabliert, das in einer vierstufigen Abfolge - vom Wortspeicher, über einschleifende, dann ganzheitlicher angelegte Übungen und abschließende Eigenproduktionen – ein Konzept für eine fokussierte Spracharbeit im Mathematikunterricht beschreibt (vgl. PIKAS o.J. d).



Makro- und das Mikro-Scaffolding

Beim Makro-Scaffolding werden in einer konkreten Unterrichtsplanung die mathematischen und die sprachlichen Aspekte miteinander verknüpft. Neben der Auswahl geeigneter Materialien und Anschauungsmittel beinhaltet die Planung auch die Sequenzierung der Aufgabenstellungen und Anforderungen, die sprachlich vom umgangssprachlichen, kontextgebundenen zum kontextreduzierten, fachsprachlichen Sprachgebrauch voranschreiten. Dazu werden Maßnahmen und Übungen geplant, die die mathematischen Begriffe und Redemittel bewusstmachen und trainieren.

Das Mikro-Scaffolding basiert auf den Aspekten des Makro-Scaffoldings, bezieht sich jedoch direkt auf die Unterrichtsinteraktionen. Es umfasst unter anderem Aspekte wie langsames Sprechen der Lehrkraft, aktives Zuhören, Rekodierung von Äußerungen der Lernenden oder die Einbettung von Äußerungen in größere Zusammenhänge.

2.3 Gestaltung des Mathematikunterrichts mit Lernumgebungen

Etablierte Methoden und Formen des Unterrichtens in heterogenen Lerngruppen fließen in die Gestaltung des Mathematikunterrichts im Gemeinsamen Lernen ein. Leitend für die Unterrichtsgestaltung sind

- das entdeckende Lernen als zentrales Prinzip des Mathematikunterrichts ausgehend von ergiebigen Aufgaben
- das Lernen aller Schülerinnen und Schüler am gemeinsamen Gegenstand durch einen natürlich differenzierten Lernprozess
- das mit- und voneinander Lernen in kooperativen und kommunikativen Lernsituationen durch gemeinsame Zielsetzungen

Die Zusammenführung dieser Aspekte bei der konkreten Unterrichtsgestaltung wird mit dem Begriff Lernumgebung beschrieben.



Lernumgebung

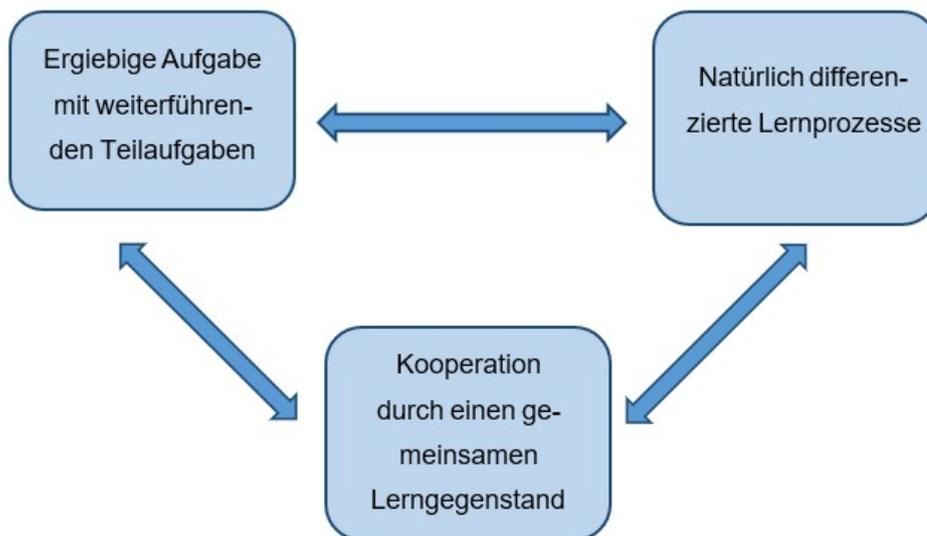
Eine mathematische Lernumgebung ist zu verstehen als die fachliche Erweiterung einer ergiebigen Aufgabe (vgl. Hirt & Wälti 2012, S. 13). Diese geschieht, indem das Potential einer ergiebigen Aufgabe spiralartig curricular weitergedacht wird. Dabei ergeben sich innerhalb desselben mathematischen Sinnzusammenhangs durch operative Veränderungen oder Variationen eine Vielzahl weiterführender und vertiefender Fragestellungen und es schließt sich ein neuer, entdeckender Lernprozess auf einem höheren Niveau an. Aus diesem Prozess resultieren individuell gepasste und differenzierte Herausforderungen.

Daher sind mathematische Lernumgebungen für den Unterricht in heterogenen Lerngruppen besonders geeignet. Krauthausen und Scherer (2014, S. 110) heben hervor, dass sich die charakteristischen Merkmale einer natürlichen Differenzierung besonders dann entfalten können, wenn sie im Rahmen von Lernumgebungen realisiert werden. Jedoch entfalten Lernumgebungen ihr Potential erst vollständig, wenn Lernende mit unterschiedlichen mathematischen Kompetenzen unter einem gemeinsamen Ziel an einem gemeinsamen Inhalt einen Austausch über die Sache führen (vgl. Häsel-Weide & Nührenbörger 2013, S. 7). Mathematische Lernumgebungen sind durch folgende voneinander abhängige, konstituierende Aspekte gekennzeichnet:

Ergiebige Aufgaben und natürliche Differenzierung in mathematischen Lernumgebungen

Lernumgebungen orientieren sich in ihrer Konzeption der Lernschritte an den Phasen des entdeckenden Lernens (vgl. Kapitel 2.1) und gehen von einer herausfordernden Problemstellung aus. Entscheidend für das Gelingen des Lernprozesses ist neben der Auswahl des Lerngegenstandes die Angemessenheit der einführenden Aufgaben- oder Fragestellung für das Lern- und Verständnispotential der Lerngruppe. Nur wenn die Passung zu den Lernvoraussetzungen adäquat gelingt, kann sich im Sinne eines konstruktivistischen Lernbegriffs die Qualität der Aufgabe für alle Lernenden entfalten.

Abbildung 7 Aspekte mathematischer Lernumgebungen



Beispiel für eine einführende Aufgaben- oder Fragestellung (vgl. Hengartner u.a. 2006):

- Wähle aus den Ziffernkarten von 1 – 9 vier Karten aus.
- Bilde daraus zwei zweistellige Zahlen.
- Addiere die Zahlen.
- Markiere die Ergebnisse auf der Hundertertafel.
- Finde möglichst viele/ alle Aufgaben zu deinen Ziffernkarten.



Damit sich der Gehalt einer Aufgabenstellung inhaltlich für alle Lernenden erschließt, ist ein niedrighschwelliger Einstieg von zentraler Bedeutung. Dieser kann für Lernende mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf z. B. dadurch realisiert werden, wenn

- eine Zugriffsmöglichkeit auf der Handlungsebene besteht
- (zunächst) einfache arithmetische oder geometrische Kompetenzen gefordert sind.

In obigem Beispiel kann hinsichtlich der arithmetischen Kompetenzen der Lernenden leicht differenziert werden, indem die Anzahl, aus der die Ziffernkarten gewählt werden können, reduziert oder erweitert wird oder ausgewählte Ziffernkarten vorgegeben werden (vgl. ebd.). Weiterhin muss in der Einstiegssituation sichergestellt werden, dass Lernende mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf die Aufgabenstellung und die damit verbundenen Arbeits- oder Handlungsschritte inhaltlich und in ihrer Abfolge verstehen. Hier kommen neben dem Verständnis des fachlichen Gehalts auch sprachliche Aspekte zum Tragen. Sprachliche Hürden im Sinne des Makro-Scaffoldings (vgl. Kapitel 2.2) werden reduziert durch

- verbale Anweisungen, die den Prinzipien der leichten Sprache folgen (einfacher Satzbau, Gliederung in Sinneinheiten)
- die Verwendung von Fachbegriffen, die inhaltlich verstanden sind bzw. geklärt werden durch Erklärungen oder Wortspeicher
- die Verwendung von Operatorbegriffen, die inhaltlich verstanden sind bzw. geklärt werden
- die Isomorphie zwischen dem verwendeten Material, der Veranschaulichung und den sprachlichen Anweisungen in einer gemeinsamen Einstiegssituation und in der dezentralen Phase
- die Unterstützung in der Handlungsplanung zur Umsetzung der Aufgabenstellung (vgl. Abbildung 38: Handlungsplanung)
- direkte Instruktionen.



Direkte Instruktionen im Gemeinsamen Lernen

In der Einführung in eine Problemsituation, in der Vermittlung von Arbeitstechniken und Anweisungen wie in Phasen der Darstellung von Arbeitsergebnissen erreichen dieselben Inhalte alle Lernenden zur selben Zeit, im gleichen Tempo und über dieselben Medien. Instruierende Elemente des Unterrichts müssen nach Ulrich Heimlich in besonderer Weise auf die Bedarfe der Lernenden mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf ausgerichtet sein: Kürze, Verständlichkeit, klare Gliederung, gestische und mimische Unterstützung, Artikulationshilfen, Visualisierungen, Dramatisierung, Personifizierung usw.... (vgl. Heimlich 2009).

Ausgehend von der einführenden Aufgabenstellung ergeben sich vielfältige weiterführende Aufgaben- oder Fragestellungen, die alle Anforderungsbereiche vom Reproduzieren bis zum Verallgemeinern und Reflektieren umfassen und so für verschiedene Lernpotentiale herausfordernde Fragestellungen bieten.



Beispiele für weiterführende Aufgaben- oder Fragestellungen (vgl. Hengartner u.a. 2006):

- Finde ein System (einen Trick), wie man alle Aufgaben finden kann. Beschreibe dein System.
- Wähle andere Ziffernkarten und überprüfe dein System.
- Beschreibe das Muster auf der Hundertertafel (mit Darstellungsmitteln wie Pfeilen, Markierungen, mathematischen Mitteln, sprachlichen Mitteln).
- Wie heißt das kleinste/ größte Ergebnis, das du mit deinen Ziffernkarten erreichen kannst?
- Wie muss man die Ziffernkarten auswählen, damit das Ergebnis möglichst groß/ möglichst klein wird? Erkläre!
- Schreibe deine Aufgaben geordnet nach der Größe der Ergebnisse auf. Untersuche die Differenzen zwischen deinen Ergebnissen. Was stellst du fest?
- Berechne die Quersummen der Ergebnisse. Was stellst du fest?
- Berechne die Quersumme deiner Ziffernkarten. Vergleiche diese Quersummen mit den Quersummen deiner Ergebnisse. Was stellst du fest?

Darstellungs- und Forschermittel

Bei der Bearbeitung von ergiebigen Aufgaben sind Schülerinnen und Schüler gefordert, Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, zu beschreiben und zu begründen.

Hierbei erfüllen Darstellungsmittel, auch Forschermittel genannt, zwei wesentliche Funktionen. Sie dienen...

- als Werkzeug: Markieren, um zu „erkennen“ und Erkanntes (wiederum) zu fokussieren
- als Dokumentation und Kommunikation: Markieren, um sich erinnern und anderen erklären (zeigen) zu können.

Beispiel: Schöne Päckchen und Forschermittel (vgl. PIKAS o.J. h)

Markiere mit Farben

35	+	3	=	38
36	+	2	=	38
37	+	1	=	38
38	+	0	=	38
39	+	(-1)	=	38

Markiere mit Pfeilen

	35	+	3	=	38	
-1			-1↓			
	36	+	2	=	38	
-1			-1↓			
	37	+	1	=	38	
-1			-1↓			
	38	+	0	=	38	
-1			-1↓			
	39	+	(-1)	=	38	

Benutze Plättchen zum Erklären

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	○	○	○		

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	○	○		

....



Über natürlich differenzierte Lernprozesse hinaus erfordern die individuellen und spezifischen Lernbedarfe von Schülerinnen und Schülern mit (sonderpädagogischen) Unterstützungsbedarfen ggf. weitergehende, individuell angepasste Maßnahmen bzw. Prozess- und Bearbeitungshilfen wie beispielsweise

- eine fachliche Reduktion der Inhalte (durch die Auswahl und Reduktion der Ziffernkarten sind auch Aufgaben ohne Zehnerüberschreitung möglich)
- das Bereitstellen elektronischer Hilfsmittel, um Lösungen zu erzeugen (Taschenrechner zur Addition der Ziffernkarten)
- subsidiäre Lernsituationen als Helfersystem wie z. B. Partnerarbeit (eine Schülerin/ ein Schüler wählt die Ziffernkarten aus und legt die Zahlen, die/ der Partner/in errechnet die Summe, gemeinsam wird die Summe in der Hundertertafel markiert)
- das Bereitstellen von Rechenhilfen (Dienes-Material, Rechenrahmen o.ä.).

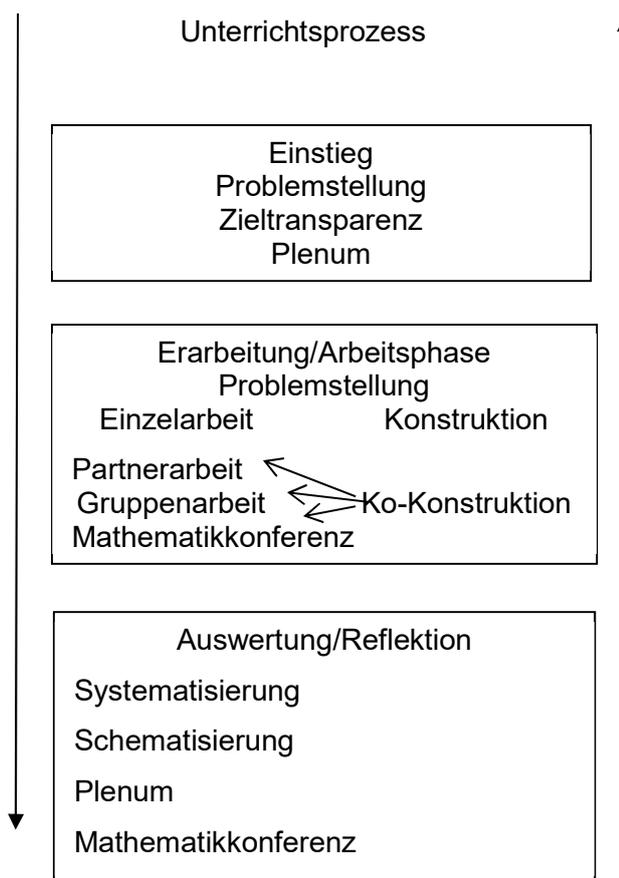
Strukturierte Arbeitsabläufe und Visualisierungen schaffen Transparenz, erleichtern die Orientierung und die Selbstorganisation am Arbeitsplatz. Ein gutes Classroom-Management kommt allen Lernenden zugute (vgl. Kapitel 4.6).

Kooperativ-kommunikative Strukturen in mathematischen Lernumgebungen

Kooperative Lernformen sind in den Lehrplänen der Grund- und weiterführenden Schule verankert. Explizit wird darauf hingewiesen, dass sich mathematisches Lernen sowohl in individuellen als auch in kooperativen Prozessen gemeinsam mit anderen vollzieht, hinsichtlich der prozessbezogenen Kompetenzerwartungen sogar auf diese Prozesse angewiesen ist.

Im Rahmen des entdeckenden Lernens von Mathematik ist die Kommunikation unter den Lernenden und die vergleichende Auseinandersetzung mit den Ideen und Vorgehensweisen anderer von zentraler Bedeutung, um das eigene Repertoire an Vorstellungen und Strategien zu erweitern. Mathematisches Wissen konstruiert sich grundsätzlich im Kontext sozialer Aktivitäten und individueller Deutungsprozesse (vgl. Nührenbörger & Verboom 2011). Deshalb wird im Unterrichtsprozess die Phase der Problembearbeitung methodisch-organisatorisch so strukturiert, dass kommunikatives und *kooperatives Lernen* stattfinden kann.

Abbildung 8: Möglicher Unterrichtsprozess bei mathematischen Lernumgebungen



Entsprechend des konstruktivistischen Ansatzes entwickeln die Schülerinnen und Schüler in dieser zentralen Phase des Unterrichts, der Erarbeitung, zunächst eigene, individuelle Denk- und Lösungswege (Konstruktion). Im Austausch mit anderen oder mit der Lehrkraft kommt es zu unterschiedlichen Sichtweisen. Der Diskurs erzeugt einen neuen kognitiven Konflikt, der eine Ko-Konstruktion des Denkens nach sich zieht.



Zone der nächsten Entwicklung

Bestimmte Aufgaben, die ein wenig über dem derzeitigen Kompetenzniveau liegen, so dass sie nur mit Unterstützung bewältigt werden können, liegen nach Wygotski in der Zone der nächsten Entwicklung. Durch die ‚hierarchische‘ Interaktion werden die beobachteten Prozesse der Aufgabenbearbeitung internalisiert — und die Zone der nächsten Entwicklung wird zum aktuellen Entwicklungsstand, die Lernenden können sie alleine bewältigen (vgl. Seibert 2000, S. 164 f.).

Dies hat zur Konsequenz, Interaktionsphasen im Lernprozess fest zu etablieren. Nun garantiert eine Gruppen- oder Partnerarbeit nicht per se schon eine fruchtbare Interaktion zwischen den Lernenden. Es bedarf einer zielführenden Organisation des Sozialformwechsels und einer strukturierten Steuerung des Austauschs durch fokussierte Arbeitsaufträge, Präsentationshilfen und Dokumentationsformen. Wegweisend sind in diesem Zusammenhang die von Kathy und Norm Green (2005) entwickelten Formen des Kooperativen Lernens. Unter diesen Methoden eignen sich das Gruppenpuzzle und das Lerntempoduell in besonderer Weise zur Differenzierung, um individuelle Lösungsansätze zu ermöglichen, zu diskutieren, zu systematisieren oder zu schematisieren (vgl. Glossar).

Die Abläufe des Austauschs und des Vorstellens sind so organisiert, dass alle Schülerinnen und Schüler Mitverantwortung für das Lernergebnis übernehmen. Gelingt die Identifikation mit dem gemeinsamen Arbeitsergebnis der Gruppe, erfahren alle Lernenden in ihrem Anteil an dem Erfolg Selbstwirksamkeit. Das stärkt ihre Lernmotivation und wirkt sich positiv auf die Persönlichkeitsentwicklung aus (vgl. Hengartner u.a. 2010). Unterschiedliche Lösungs- und Denkwege bleiben nebeneinander bestehen. „In Bezug auf die inhaltlichen Erkenntnisse wird keine Konvergenz angestrebt, was angesichts der Unterschiedlichkeit der Lernenden auch kein sinnvolles Ziel wäre“ (Hirt & Wälti 2012, S.19). Nicht alle Lernenden müssen alle Erkenntnisse teilen, sondern nach ihrem Niveau ihr Wissen und Können erweitern. Je nachdem, in welcher Konstellation der Austausch in ‚Mathematikkonferenzen‘ stattfindet, spricht man von einer dezentralen oder zentralen Mathematikkonferenz.



Mathematikkonferenzen

In dezentralen Mathematikkonferenzen finden sich zeitlich different oder zeitlich parallel Lernende in zufälligen Konstellationen oder in festen Gruppen zu einem Austausch zusammen. Die Abläufe werden so gestaltet und organisiert, dass die Lernenden zunehmend selbstreguliert Gespräche steuern, sich durch Rollenzuweisungen und Aufgabenverteilungen produktiv unterstützen und Lernergebnisse reflektieren, fixieren und für die Präsentation aufbereiten.

Zentrale Mathematikkonferenzen werden im Plenum durchgeführt. Im Zentrum des Austauschs stehen die Schülerarbeiten und ihre Auswertung. Die Lehrkraft übernimmt moderierende Aufgaben, leitet das Gespräch, sichert die Ergebnisse und gibt Rückmeldungen über die Lernergebnisse.



Lernende mit sonderpädagogischen Unterstützungsbedarfen benötigen individuelle Hilfen bei der Handlungsplanung und -steuerung, sprachliche Unterstützung und angemessene Rollenzuteilungen, die selbständig bewältigt werden können. Im Sinne Wygotskis kommt den Mitschülern und Mitschülerinnen und der Lehrkraft als ‚übergeordnete Interaktionspartner‘ eine Vorbildfunktion zu. Das Experten- und Helfersystem findet hier Anwendung.

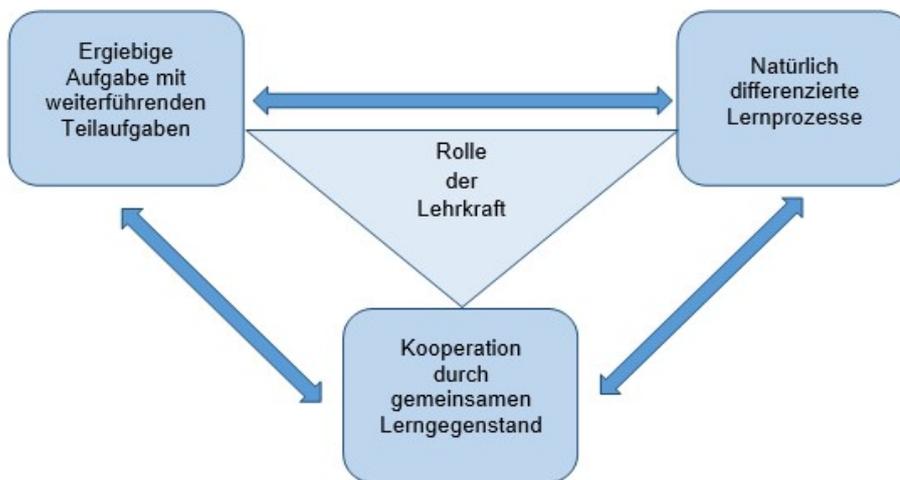
Rolle der Lehrkraft im Mathematikunterricht

Die Expertise der Lehrkraft wird in mathematischen Lernumgebungen dahingehend wirksam, dass sie verantwortlich ist für die fachlich und lerngruppenorientierte Aufgabenauswahl und deren Strukturierung in weiterführende Fragestellungen, die Moderation des Lernprozesses und die Begleitung der Lernenden durch förderliche Rückmeldungen oder Beratungen sowie ggf. die Initiierung von kooperativen Prozessen.

Für die Aufgabenauswahl muss die Lehrkraft die Angemessenheit der Problemstellung in den Blick nehmen. Ein problemhaltiger Kontext kann für Teile der Schülerschaft eine unüberwindbare Hürde darstellen, für andere ist die Lösung des Problems sofort offensichtlich. Nur durch eine optimale Passung kann die Aufgabenstellung für alle Lernenden gehaltvolle Lernprozesse initiieren. Die in dieser Handreichung angeführten Aufgabenbeispiele zeigen Möglichkeiten, Aufgabenstellungen für alle Lernenden zu finden.

In der Phase der Problembearbeitung unterstützt die Lehrkraft die individuellen Prozesse der Lernenden dahingehend, dass sie verstehend Lösungsansätze und Lösungswege (auch Irrwege) mitvollzieht, Lernchancen in den Lösungswegen der Lernenden erkennt und unterstützende Hinweise gibt. „Jedoch hält sie sich mit Erklärungen zurück“ (Hirt & Wälti 2012, S. 18). Sie begleitet die Prozesse in dem Wissen um das fachliche Potential der jeweiligen Lernumgebung und kann so lernförderliche Hinweise geben oder auf geeignete weiterführende Fragestellungen verweisen.

Abbildung 9: Rolle der Lehrkraft bei mathematischen Lernumgebungen



In der Phase des Austausches über den Prozess der Problembearbeitung und der Problemlösung organisiert die Lehrkraft den Ablauf dieser Prozesse, plant geeignete kooperative Lernformen, initiiert Gruppenprozesse in Mathematikkonferenzen, strukturiert die Abläufe und entwickelt die Methodenkompetenz der Lernenden weiter.

Team-Kooperation in der Unterrichtsplanung und –gestaltung



Methoden des gemeinsamen kooperierenden Lernens müssen mit methodischen Kriterien aus sonderpädagogischer Sicht wie das Elementarisieren von Lerninhalten, Einschränken der Materialvielfalt (möglichst lange bei einem Material bleiben) und der durchgängigen Anwendungsorientierung korrespondieren. Darüber hinaus sind die spezifischen Förderziele und Einzelmaßnahmen, wie z. B. die Umsetzung des Nachteilsausgleichs bei der organisatorischen wie methodischen Gestaltung des Unterrichts zu beachten.

Diese Grundsätze gelten für alle Formen der Unterrichtsvorbereitungen, Durchführungen und Nachbereitungen. Die unterschiedlichen Expertisen von Fach- und Sonderpädagogen wirken bei der Planung und Gestaltung von Lernumgebungen zusammen.

Hinweise auf Formen der Teamarbeit finden sich z.B. in der Handreichung zur sonderpädagogischen Fachlichkeit im Förderschwerpunkt Lernen der Bezirksregierung Münster (2015) und der Handreichung der Bezirksregierung Düsseldorf (2017).

2.4 Fazit

Die Prinzipien des Mathematikunterrichts, wie sie in den Kernlehrplänen der Allgemeinen Schulen grundgelegt sind, gelten für alle Lernenden ob mit oder ohne sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf. In diesem Verständnis erfordert das inklusive Lernen am gemeinsamen Gegenstand im Fach Mathematik keine „neue“ Didaktik.

Orientiert an den Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik und ihren spezifischen Bedarfen in den Entwicklungsbereichen müssen ggf. besondere Maßnahmen im Sinne einer natürlichen oder einer darüberhinausgehenden individuell angepassten Differenzierung getroffen werden, um allen Lernenden gerecht zu werden und den Erwerb einer tragfähigen mathematischen Bildung im Zusammenspiel inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen zu gewährleisten.

Mathematische Lernumgebungen sind als Konkretisierung des Lernens am gemeinsamen Gegenstand besonders geeignet, den Unterricht in heterogenen, inklusiven Lerngruppen zu realisieren und gestalten. Sie integrieren die Prinzipien der aktuellen Mathematikdidaktik, bieten durch ergiebige Aufgabenstellungen oder Problemkontexte neben einer natürlichen Differenzierung vielfältige Möglichkeiten einer Unterstützung der Lernenden in ihren besonderen Bedürfnissen in den Entwicklungsbereichen und initiieren Lernprozesse auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus. Darüber hinaus gestaltet sich das mathematische Lernen in Lernumgebungen immer in dem Spannungsfeld zwischen individuellem und gemeinsamem Lernen in kooperativen Lernformen.

Den Aspekten eines sprachsensiblen Fachunterrichts kommt dabei eine besondere Rolle zu. Ein sprachsensibel gestaltetes Lernen von Mathematik unterstützt alle Schülerinnen und Schüler in ihren mathematischen Lernprozessen, ist aber insbesondere für die Lernenden mit sonderpädagogischen Bedarfen unerlässlich.

Im Kapitel 3.3.1 „Lernumgebungen mit ergiebigen Aufgaben im Gemeinsamen Lernen“ wird dieser Themenkomplex noch einmal unter besonderer Berücksichtigung der Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf aufgegriffen. Konkrete Unterrichtsbeispiele verdeutlichen in diesem Kapitel die Umsetzung und Arbeit mit Lernumgebungen.

3 Unterrichtsplanung im Gemeinsamen Lernen

3.1 Leitgedanken zur Planung eines Gemeinsamen Mathematikunterrichts

Gemeinsamer Mathematikunterricht von Schülerinnen und Schülern mit und ohne sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf hat das Anliegen, so oft wie möglich gemeinsame Lernsituationen zu schaffen. Das heißt, ausgehend von einem gemeinsamen Thema gemeinsam in das Thema einzusteigen, in einer geöffneten Arbeitsphase (verschiedene Zugänge, differenzierte Ziele, Selbsttätigkeit, unterschiedliche Grade der Anleitung, Unterstützung und Strukturierung) den Lerninhalt zu bearbeiten und schließlich gemeinsam das Thema am Ende der Stunde zu beschließen (PIKAS o.J. f). Die Planung dieses Unterrichts ist dabei grundsätzlich nicht von der Unterrichtsvorbereitung in nicht-inkluisiven Settings verschieden.

Folgende Planungsschritte auf der Basis der aktuellen Lehrpläne und der schulinternen Curricula sind zu berücksichtigen (vgl. PIKAS o.J. e)

- Auswahl der Unterrichtsinhalte
- Analyse der Sachstruktur - Sachanalyse
- Ermittlung, Berücksichtigung und Überprüfung der Lernstände
- Festlegung der Kompetenzerwartungen und der individuellen Lernziele
- Auswahl geeigneter Aufgaben und Anschauungsmittel
- Erkundung und Adaption der Aufgaben
- Planung der Differenzierungs- und Unterstützungsmaßnahmen
- Festlegung der Methoden und Sozialformen
- Evaluation und Reflexion der Unterrichtsplanung und –durchführung.

Im Folgenden werden einige Planungsschritte dargelegt, die für das Gemeinsame Lernen im Mathematikunterricht besonders relevant sind und auch im Beispiel (vgl. Kapitel 4) berücksichtigt wurden. Der Unterrichtsinhalt ist so auszuwählen, dass es für alle Schülerinnen und Schüler eine auf ihr Lernziel ausgerichtete ‚fachliche Gemeinsamkeit‘ gibt. Damit ist dieser Unterrichtsinhalt differenzsensibel. Mit dem Wissen um die Sachstruktur des Lerninhaltes kann erst ein differenzsensibler Unterrichtsinhalt bestimmt werden. Eine differenzierte Sachanalyse entfaltet den mathematischen Lerninhalt im Sinne des Spiralprinzips wiederum so, dass der Facettenreichtum des Lerninhaltes, der notwendig ist, um vielfältige Lern- und Förderchancen wahrzunehmen, erst möglich wird. Zugleich können aus der Sachanalyse auch mögliche Förder- und Differenzierungsmaßnahmen, die Auswahl geeigneter Aufgaben und Anschauungsmittel sowie Methoden und Sozialformen abgeleitet werden. Ausgangspunkt für

das Festlegen der Kompetenzerwartungen ist der Lehrplan mit den Kompetenzen aus einem Bereich des Faches (PIKAS o.J. f).



Die Festlegung der individuellen Lernziele (Zone der nächsten Entwicklung) (vgl. Kapitel 2.3) erfolgt im Abgleich mit den Allgemeinen Bildungsstandards und auf der Basis der individuellen Lernstände der Schülerinnen und Schüler mit und ohne sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf und der individuellen Lernziele, dokumentiert im Förderplan. Zusätzlich zu den inhaltlichen Differenzierungsmaßnahmen müssen im Gemeinsamen Lernen eventuell zusätzliche, individuelle Unterstützungsmaßnahmen angeboten werden.

Die Möglichkeit zum Austausch und zur aktiven Auseinandersetzung mit dem mathematischen Lerngegenstand wird durch die Wahl der Methoden und der Sozialformen geregelt. Dabei sollten einige wenige Methoden und Sozialformen, sorgfältig vor- und nachbereitet oder in ausgewählten Lernbereichen immer wieder durch begleitenden intensiven Unterricht gesichert werden (vgl. Wember 2013). Gemeinsame Einstiegs- und Reflexionsphasen, aber auch Arbeitsphasen in Einzelarbeit bilden gleichberechtigte Bausteine.



Flott-Tönjes u.a. (2017) sprechen in diesem Zusammenhang von der Notwendigkeit einer umfänglichen sonderpädagogischen Planungskompetenz, die dadurch gekennzeichnet ist, „dass Planungsprozesse sich nicht nur auf curriculare Vorgaben beziehen, sondern auch auf die Entwicklungsbereiche zielen, auf die kognitiven, sensomotorischen, kommunikativen, sozialen und emotionalen Voraussetzungen des Lernens. Auf diese Weise können Bereiche erfasst werden, die andere Niveaustufen, Strukturen und Ebenen aufweisen als die herkömmlichen Unterrichtsfächer“ (Flott-Tönjes u.a. 2017, S. 20). (vgl. Kapitel 5)

Im inklusiven Mathematikunterricht geht es um den Erwerb von Fachkompetenzen auf der inhaltlichen und auf der prozessbezogenen Ebene. Damit geht es (überwiegend) um eine direkte Förderung fachbezogener Kompetenzen. Die Auswahl der angestrebten Kompetenzen, die Festlegung der Zone der nächsten Entwicklung trifft die Lehrkraft grundsätzlich auf der Basis der ermittelten Lernausgangslage sowie des individuellen Förderbedarfs, sowohl bezogen auf den fachbezogenen, mathematischen Lern- und Leistungsstand wie auch auf den Entwicklungsstand des Lernenden in allen relevanten Entwicklungsbereichen. Möglicherweise sind diese ursächlich für den Lern- und Leistungsstand im Fach Mathematik oder wirken

erschwerend auf den mathematischen Kompetenzaufbau ein (vgl. Kapitel 5). Im Abgleich mit den Allgemeinen Bildungsstandards und auf der Basis von Förderplänen werden individuelle Lernziele, fachlicher wie entwicklungsbezogener Art, also Fach- und Förderziele festgelegt.



Sonderpädagogische Förderung – direkte und indirekte Förderung

Sonderpädagogische Förderung umfasst ...

alle Maßnahmen, die Schülerinnen und Schüler mit Lern- und Entwicklungsproblemen unterstützen, so dass eine umfassende gesellschaftliche Teilhabe ermöglicht wird.

Kahlert und Heimlich (2014, S. 165 f.) unterscheiden die

- direkte Förderung (unmittelbar auf das Problem bezogen: Förderung des Lesens, Schreibens und Rechnens usw.) und die
- indirekte Förderung (auf die Ursachen und Bedingungsfaktoren bezogen: Förderung der Wahrnehmung, Bewegung, emotionalen und sozialen Kompetenzen, des Denkens, des Umfelds usw.).

3.2 Differenzierung als Leitgedanke

Auf der Grundlage der in Kapitel 2.1 ausgeführten Prinzipien guten Mathematikunterrichts werden in diesem Kapitel ergänzende Anregungen zur Unterrichtsplanung, Gestaltung und Organisation eines differenziert angelegten Mathematikunterrichts gegeben, die insbesondere dann gefragt sind, wenn die mathematischen und entwicklungsbezogenen Lernvoraussetzungen sehr heterogen sind.

Die dargestellte natürliche Differenzierung eröffnet substanzielle Möglichkeiten für das Gemeinsame Lernen. In diesem Kapitel wird der Frage nachgegangen, welche zusätzlichen, ergänzenden aber auch überlappenden Differenzierungsmodelle neben der natürlichen Differenzierung hilfreich bei der Planung und Gestaltung eines fördernden und herausfordernden Mathematikunterrichts, insbesondere mit Blick auf lernschwache, rechen-schwache Schülerinnen und Schüler, herangezogen werden können. Um darauf in der Folge einzugehen, werden einige Überlegungen zum Begriff der Individualisierung und Differenzierung vorangestellt.

Die sich aus den spezifischen Bedarfen ergebenden Maßnahmen zur Individualisierung und Differenzierung werden in einem individuellen Förderplan festgehalten. In der Literatur werden die Begriffe Individualisierung und Differenzierung wenig trennscharf verwendet. Die Begriffsbestimmung dieser Handreichung entspricht der der Handreichung zur sonder-

pädagogischen Fachlichkeit im Förderschwerpunkt Lernen der Bezirksregierung Münster (2015, S. 81), die sich an Ausführungen von Paradies und Linser anlehnt (2019, S. 12).



Individualisierung und Differenzierung

Individualisierung: Unterricht wird auf die individuellen Lernbedürfnisse der Schülerinnen und Schüler ausgerichtet, um die individuelle Förderung aller Schülerinnen und Schüler zu erreichen. Das Ziel ist es, jede Schülerin und jeden Schüler maximal herauszufordern und damit optimal zu fördern.

Differenzierung: ist ein Weg, das Ziel der Individualisierung zu erreichen und beschreibt das variierende Vorgehen bei der Darbietung und Bearbeitung des Lernstoffs. Die Variationen beziehen sich auf die inhaltlichen, didaktischen, methodischen, sozialen und organisatorischen Ebenen.

Bezogen auf das Gemeinsame Lernen bedeutet dies, dass differenzierende und individuelle bzw. kompensatorische Maßnahmen sowie ggf. differenzierte Ziele so gewählt werden, dass sie möglichst allen Schülerinnen und Schülern einer Lerngruppe einen barrierefreien Zugang zu einem gemeinsamen Thema, zu einer gemeinsamen Aufgabe ermöglichen (vgl. Kapitel 2.3). Auf diesem Grundsatz basierend kann das Ziel effektiver Differenzierung nicht die Homogenisierung einer Lerngruppe sein, in der dieselben Lernergebnisse für jeden Einzelnen der Lerngruppe angestrebt werden. Eine wirkungsvolle Differenzierung ist aus pädagogischer (vgl. Bartnitzky & Brügelmann 2012) wie auch aus sonderpädagogischer Perspektive (vgl. Wember 2013) immer präventiv ausgerichtet und geht frühzeitig auf erste Anzeichen von Lern- und Verständnisschwierigkeiten ein. Ausgehend von kritischen Stellen im mathematischen Lernprozess setzt effektive Differenzierung demnach an fach- und/ oder entwicklungs-spezifischen Lernerfordernissen an und hat die Zone der nächsten Entwicklung im Fokus. Neben der Prävention von Lern- und Verständnisschwächen hat effiziente Differenzierung aber auch den Blick auf Lernende mit ausgeprägten Interessen und besonderen Begabungen (vgl. Wember 2013).

3.2.1 Äußere Differenzierung

Differenzierung kann auf organisatorischer Ebene im Rahmen innerer Differenzierung (Binnendifferenzierung)- oder im Rahmen von äußerer Differenzierung erfolgen.



Äußere Differenzierung

Äußere Differenzierung meint alle Maßnahmen, die das Ziel verfolgen, eine möglichst homogene Lerngruppe nach Leistungsfähigkeit herauszufiltern. Das geschieht durch die Trennung in Jahrgangsklassen, in Grund-, Förder-, Haupt-, Real-, Gesamtschule und Gymnasium, innerhalb einer Schule in A-, B- und vielleicht C-Kurse, Lernende im Förderunterricht etc.

Bei diesem Vorgehen wird davon ausgegangen, dass das Lernen besser gelingt, wenn die Leistungsunterschiede innerhalb einer Gruppe möglichst gering seien (vgl. Lauter 1997, S. 95).



Mit dem Blick auf *zieldifferent* zu beschulenden Schülerinnen und Schüler wird eine äußere Differenzierung als zusätzliches Angebot zur inneren Differenzierung verstanden. Die äußere Differenzierung wird durch vielfältige Formen des Förderunterrichts (auch in überfachlichen Konzeptionen) wie Lernstudio, Förderbänder, Drehtürenmodell und Förderschleifen realisiert, in welchem zeitlich parallel oder zusätzlich zum Regelunterricht kontinuierlich gearbeitet wird. Die/der Lernende wird auf der Grundlage des Förderplans den individuellen Förderbedarfen entsprechend unterrichtet.

Die Anliegen der äußeren Differenzierung können sehr unterschiedlich sein:

- Sicherung von allgemeinen Lernvoraussetzungen: z.B. Organisation von und Umgang mit Materialien
- Sicherung von mathematische Lernvoraussetzungen: z.B. Maßnahmen zum Zählen und zum Mengenverständnis
- Sicherung förderzielspezifischer Lernvoraussetzungen (vgl. Kapitel 5.4 und 3.3.2) z.B. durch die Entwicklung der Raumwahrnehmung (Aspekt der visuellen Wahrnehmung) beim Bauen von Würfelgebäuden
- Systematisierung und Sicherung des Gelernten: z.B. Definition, Konkretisierung, konkrete und bildliche Vorstellung, Vernetzung, notwendige Fachwörter einer Bruchzahl
- Vertiefung, Übung und Anwendung: z.B. Schriftliche Subtraktion

- Vorbereitung spezifischer Voraussetzungen für besondere Vorhaben (in Anlehnung an die Entwicklungsbereiche): z.B. Erarbeitung der Regeln des Sprecherwechsels, um die Mitwirkung an mathematischen Diskursen in Mathekonferenzen zu ermöglichen
- Erweiterung des mathematischen Verständnisses bei mathematisch begabten Schülerinnen und Schülern durch Förderansätze, die mit den Begriffen „Mehr“ (enrichment-quantitativ), „Höher“ (acceleration) und „Tiefer“ (enrichment-qualitativ) (vgl. Bardy & Hrzán, 2006) bezogen auf die mathematische Aufgabe umschrieben werden können.

Dazu ist es unabdingbar, individuelle Lernsituationen zu identifizieren und diesen zu entsprechen. Eine möglichst enge Verzahnung mit dem Regelunterricht ist zur gezielten Planung der Fördermaßnahmen sinnvoll, darf aber nicht dazu führen, dass sie allein an curricularen Vorgaben ausgerichtet werden. Im Fokus der Planung, Durchführung und Evaluation der Förderung steht immer die Zone der nächsten Entwicklung des einzelnen Lerners, hinsichtlich seiner Defizite sowie seiner Kompetenzen, verbunden mit dem Prinzip, den Lernenden durch sinnvolle Handlungen zu fordern und zu fördern. Förderunterricht ist immer befristet angelegt (vgl. MSW 2015 a §4 (2) AO-GS); MSW 2014 b §3 (3) APO-SI).



Die äußere Differenzierung dient dem Zweck, sehr große individuelle Lernbedarfe zu konkretisieren (spezifische Diagnostik), zu schließen oder zu entfalten und damit sachstrukturelle Voraussetzungen für die Entwicklung des nächsten Lernschrittes zu schaffen. Damit geht einher, dass die Entscheidung, ob ein Lerner den Förderunterricht besucht, mit dem Blick auf den individuellen Lernprozess immer wieder neu getroffen werden muss (vgl. Scherer & Moser Opitz 2010, S. 49 f.).

Förderunterricht steht in diesem Verständnis allen Schülerinnen und Schülern im gesamten Leistungsspektrum offen. Äußere Differenzierungen haben dementsprechend ihre Berechtigung, aber nicht um homogenere Leistungsgruppen zu schaffen, sondern um den nächsten notwendigen, individuellen Lernschritt zu ermöglichen, vorzubereiten oder zu intensivieren. Letztendlich auch mit dem Ziel, jedem Lernenden größtmögliche Teilhabe am Klassenunterricht zu ermöglichen. Individuelle Arbeitsphasen in äußerer Differenzierung sind immer wieder notwendig und dürfen nicht tabuisiert werden, aber sie dürfen nicht zu einer Individualisierungsfalle (Brügelmann 2011) führen, die das von- und miteinander Lernen behindern bzw. verhindern. Daher sollen im Unterricht Formen der inneren Differenzierung überwiegen.

3.2.2 Innere Differenzierung

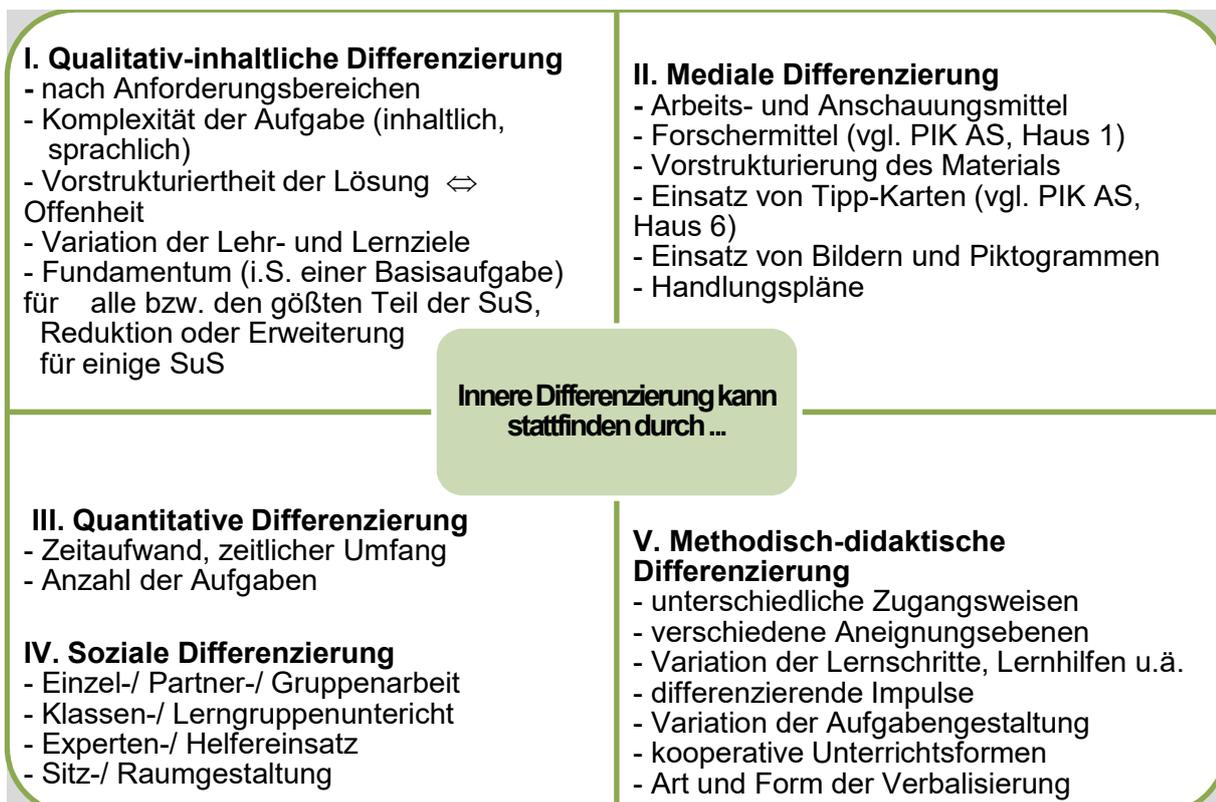
Schülerinnen und Schüler mit besonderem Unterstützungsbedarf sind auf durchgängige Differenzierung der Anforderungen und Hilfen angewiesen. Ein Unterricht allein auf dem Niveau der Jahrgangsstufe führt zu Über- oder Unterforderung. Im Gemeinsamen Lernen können alle Möglichkeiten der inneren Differenzierung genutzt werden. Das sind Maßnahmen der individuellen Passung von Inhalten, Zielen, Anforderungen, Medien und Methoden des Unterrichts (vgl. PIKAS o.J. b).

◀ Innere Differenzierung oder Binnendifferenzierung

Innere Differenzierung meint sämtliche Maßnahmen innerhalb einer bestehenden, heterogenen Lerngruppe, die vor allem darauf ausgerichtet sind, durch entsprechend unterschiedliche Lehr-Lern-Arrangements individuelle Lernvoraussetzungen (Begabungen, Fähigkeiten und Interessen) zu berücksichtigen und individualisierte Lernziele zu erreichen.

Differenzierungen im Unterricht basieren auf methodisch-didaktischen Entscheidungen der Lehrkraft, die gezielte, individuell fördernde Maßnahmen bewirken sollen. Sie lassen sich nach ihren zentralen Gestaltungs- und Wirkungsbereichen kategorisieren, Überschneidungen sind möglich. Nachstehende Abbildung stellt Beispiele dieser Möglichkeiten dar.

Abbildung 10: Maßnahmen und Bereiche der inneren Differenzierung



Die Differenzierungsaspekte quantitative Differenzierung und soziale Differenzierung beziehen sich auch dann, wenn sie fachspezifisch reflektiert werden, auf die strukturell-methodische Ebene Unterrichtsstrukturen (vgl. Bönsch 2004) und Unterrichtsmethoden (vgl. Barzel u.a. 2007). Die Aspekte der Zugangsweisen (methodisch-didaktische Differenzierung), des Anspruchsniveaus und der Lernziele (beides qualitativ-inhaltliche Differenzierungen) überlappen sich in der Praxis häufig und weisen explizit auf die Bedeutung der fachdidaktischen Sichtweise des Unterrichtsfaches Mathematik hin. In der Gesamtsicht müssen alle Ebenen miteinander interagieren und lassen sich nicht einzeln denken. Auch bei Berücksichtigung aller Ebenen, darf es nicht zur Vereinzelung der Lernenden kommen, wie es durch vollständige Individualisierung im Rahmen einer ‚radikalen‘ Ausprägung von Freiarbeitsphasen und individuell zugeschnittenen Materialien (Aufgaben) denkbar wäre. Eine „Individualisierungsfalle“ (vgl. Selter & Wember 2015) würde entstehen, weil das „dialogische Lernen“ (vgl. Gallin & Ruf 1998) und damit der sozial-kommunikative Austausch eine bedeutsame Voraussetzung für die Entwicklung mathematischer Begriffe ist. Mit den Worten von Brügelmann (2011): „Individualisierung heißt nicht Isolierung, sie ist auf die Begegnung und den Austausch mit anderen angewiesen.“



Offene Unterrichtsformen wie die Arbeit mit Wochenplänen verlangen von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf viele Kompetenzen. Im Entwicklungsbereich Lernstrategien müssen z.B. Aspekte wie die selbstständige Aufgabenbewältigung, Ordnung halten, Arbeitsplatzorganisation u.ä. besonders von der Lehrkraft in den Blick genommen werden, so dass Kompetenzen aufgebaut und entwickelt werden.

Dennoch ist individualisiertes Lernen, wie Formen der Arbeit mit Arbeitsplänen (Freiarbeit, Wochenplanarbeit) oder in Form von Einzel- oder Kleingruppenförderung im Sinne einer fokussierten Förderung notwendig und sinnvoll. Das Ziel im Gemeinsamen Lernen muss jedoch eine ausgewogene Passung von innerer und äußerer Differenzierung sein, die sowohl das Lernen in der Gesamtgruppe oder in Kleingruppen ermöglicht, aber ebenso dem Lernenden erlaubt, temporär, eigene Lernwege zu beschreiten, um individuelle Inhalte und Ziele in den Fokus nehmen zu können und folgt dem Gedanken: „So viel innere Differenzierung wie möglich, so viel äußere Differenzierung wie nötig“ (Scholz 2010).

Geschlossene Differenzierung – Offene Differenzierung

Die qualitativ-inhaltliche Differenzierung ist verbunden mit zwei grundsätzlich verschiedenen Herangehensweisen, der „geschlossenen“ und der „offenen“ Differenzierung (vgl. Heymann 1991) – häufig auch als Differenzierung „von oben“ und „von unten“ bezeichnet (vgl. Brügelmann 2000). Beide Formen haben als Ziel, den individuellen Voraussetzungen der Lernenden zu entsprechen. Die damit verbundenen Herausforderungen für Lernende mit und ohne sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf sowie Möglichkeiten der Entgegnung wurden im Kapitel 2.1 thematisiert.



Geschlossene Differenzierung (oder Differenzierung ‚von oben‘):

- Die Lernenden erhalten durch die Lehrkraft inhaltlich- und aufgabendifferenzierte Aufgaben, die aus den individuellen Lernvoraussetzungen und Bedürfnisse abgeleitet wurden.
- Die Lehrkraft adaptiert dementsprechend ein Lernangebot und weist den Lernenden individuelle Herausforderungen z.B. durch Arbeitsblätter auf verschiedenen Niveaus, durch Freiarbeitspläne mit unterschiedlichen Aufgaben oder durch Stationslernen mit individuell zugeordneten Pflichtstationen (vgl. Leuders & Prediger 2012) zu.

Durch die Zuweisung einer individuell ‚zugeschnittenen‘ Aufgabe kann die/der Lernende positive Lernerfahrungen machen, Barrieren werden niedrig gehalten und die Lehrkraft weiß jederzeit, welcher Lernstand, welche Kompetenzen erreicht wurden. Allerdings hat dieses durchgängige Vorgehen „praktische Grenzen im Aufwand und in der treffsicheren Diagnose“ (Leuders & Prediger 2016): „Wie kann die Lehrkraft sicher sein, die Lernenden jeweils richtig einzuschätzen und so auf dem optimalen Niveau arbeiten zu lassen?“ (Hußmann & Prediger 2007b). Das Repertoire an Differenzierungsstrategien für geschlossene Aufgaben kann durch die Variation (Hußmann & Prediger 2007) adaptiert werden:

- Art der kognitiven Aktivitäten: z. B. Explorieren, Muster und Zusammenhänge entdecken, formulieren, verallgemeinern, begründen, argumentieren
- Kompliziertheit der Ausführung des Lösungsplanes: Wie groß und technisch kompliziert ist der Rechenaufwand?
- Komplexitätsgrad: Wie offensichtlich und wie vielschrittig ist die Lösung?
- Sprachliche Komplexität der Aufgabenstellung
- Grad der Formalisierung der Aufgabenstellung und der geforderten Lösung: Erfordert die Aufgabe formale Schreibweisen? Wie geläufig sind diese?

- Vorstrukturiertheit der Lösung versus Offenheit
- Bekanntheitsgrad der Mittel abhängig von Positionierung im Lernprozess.

Adaptive Angebote können im Rahmen von Förderbändern, Förderschleifen, Freier Arbeit oder in einem methodisch individualisierten Unterricht mit Arbeitsplänen und Checklisten (vgl. Leuders & Prediger 2016, S.13) sinnvoll sein, wenn sie z.B. das Blitzsehen von Fingerbildern, den Algorithmus zur Schriftlichen Subtraktion oder das große Einmaleins üben bzw. wiederholen. Allerdings sind gemeinsame inhaltliche Reflexionsphasen aufgrund der verschiedenen Lernstände erschwert. Ein Lernen von- und miteinander ist nur bedingt möglich. Beim Konzept der offenen Differenzierung (oder Differenzierung „von unten“) oder der natürlichen Differenzierung (vgl. Kapitel 2.1) wird die Idee verfolgt, „[...] die Verantwortung für ein angemessenes Niveau mit den Lernenden zu teilen, indem selbstdifferenzierende Aufgaben die Bearbeitung auf unterschiedlichen Niveaus und mit unterschiedlichen Zugangsweisen ermöglichen“ (Hußmann & Prediger 2007, S. 3).

Die Konzeption von ergiebigen Aufgaben im Sinne der natürlichen Differenzierung (vgl. Kapitel 2.1) kann Lehrkräfte bei der Planung und Durchführung eines gemeinsamen Mathematikunterrichts in heterogenen Lerngruppen entlasten. Unerlässlich ist dazu eine sorgfältige Analyse der Sachstruktur des zentralen Lerninhaltes, um die Reichhaltigkeit des mathematischen Gegenstands bezogen auf die Lern- und Förderchancen leichter erkennen zu können. Basierend darauf werden sowohl die Lernziele der gesamten Lerngruppe wie auch individuelle Lernziele, mit dem Blick auf die Zone der nächsten Entwicklung für einzelne Schülerinnen und Schüler formuliert. Schwierigkeiten können entstehen, wenn die Selbstdifferenzierung im Konzept der natürlichen Differenzierung zur Beliebigkeit ausartet und das Lernen der einzelnen Schülerinnen und Schülern auf ihrem individuellen Niveau nicht ermöglicht wird, denn das Erfordernis individuelle Lernsituationen wahrzunehmen und zu entsprechen bleibt bestehen. Für beide Differenzierungsformen gilt, dass sowohl die Verstehensorientierung wie auch die kognitive Aktivierung die Grundlage sein müssen. So sind „Lernangebote im Mathematikunterricht [...] stets darauf zu prüfen, ob sie genügend Gelegenheiten zum inhaltlichen Verstehen statt nur zum kalkülhaften Rechnen bieten.“ (Leuders & Prediger 2016, S. 10). Unbedeutende und unverbundene Einzelfakten stellen an unsere Gedächtnisleistung eine große Anforderung, einige Lerner können ‚Rezepte‘ auch unverstanden immer wieder abrufen, den meisten gelingt dieses nicht bzw. nur unzureichend (Verstehensorientierung).



Schülerinnen und Schüler mit massiven Schwierigkeiten und zieldifferenter Beschulung benötigen daher, trotz oder gerade aufgrund ihrer besonderen Bedarfe, die Arbeit an ergiebigen Aufgaben, um beziehungsreich und verstehensorientiert lernen zu können (vgl. Häsel-Weide 2016). Wenn Schülerinnen und Schülern Zeit haben, sich mit einem Gegenstand, einer bewältigbaren Herausforderung intensiv auseinanderzusetzen und über diese auch austauschen zu können, werden sie kognitiv aktiviert.

Dies findet im Mathematikunterricht durch die Berücksichtigung der prozessbezogenen Kompetenzen wie Problemlösen, Modellieren und Argumentieren statt (vgl. Leuders & Prediger 2016).

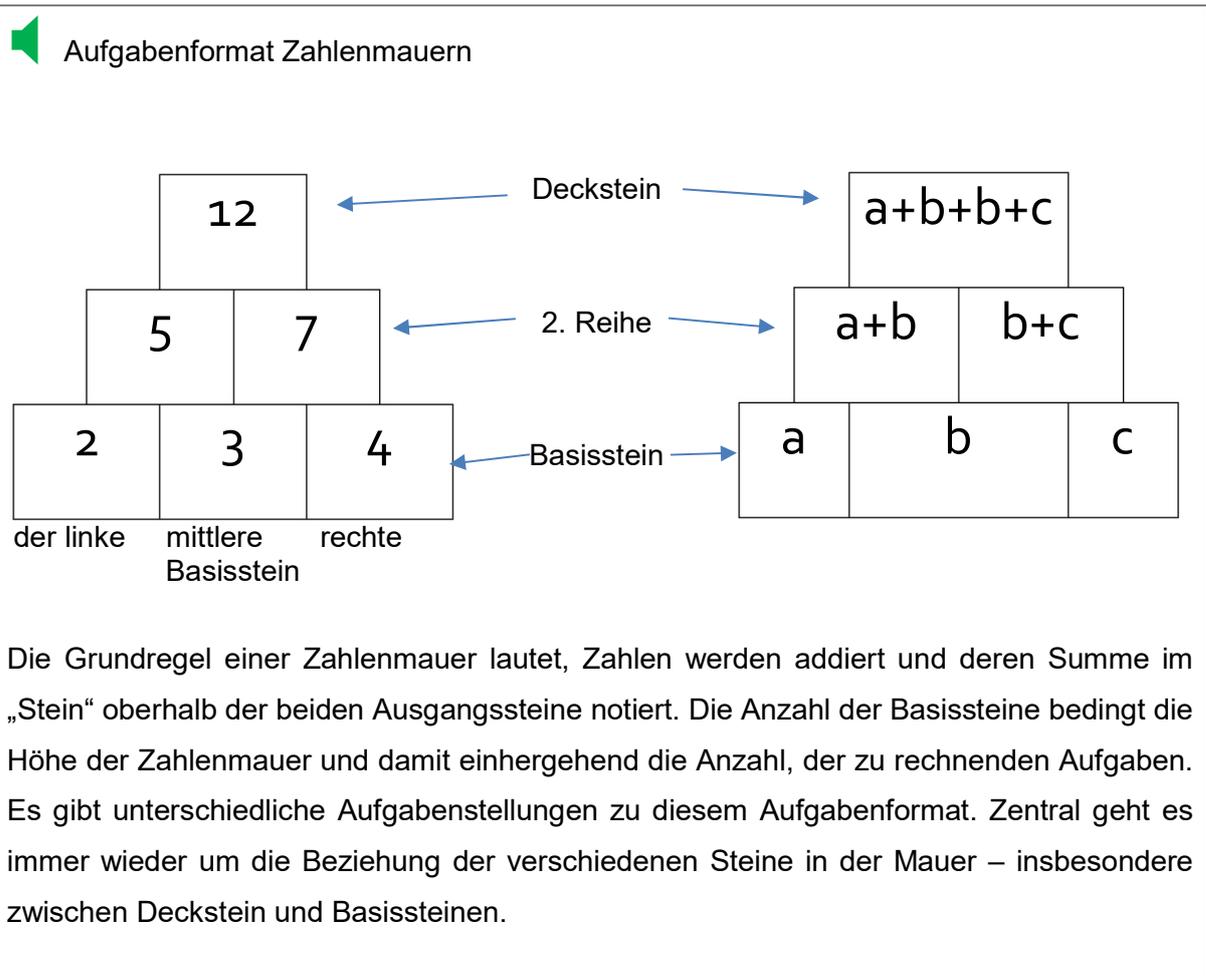
3.3 Planungsmodelle für den Unterricht im Gemeinsamen Lernen

Im folgenden Abschnitt werden verschiedene Planungsmodelle für den Unterricht im Gemeinsamen Lernen dargestellt. Aspekte der einzelnen Modelle können handlungsleitend für die Entscheidungen sein, die die Lehrkräfte in Absprache miteinander bei der Planung und Durchführung und Reflexion von Unterricht treffen bzw. bedenken. Besonders werden die Bedarfe der Schülerinnen und Schüler in den Blick genommen, die einen sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf haben, so dass Entscheidungen hinsichtlich der Förderung der Entwicklungsbereiche und der fachlichen Kompetenzen getroffen werden müssen.

3.3.1 Lernumgebungen mit ergiebigen Aufgaben im Gemeinsamen Lernen

Die Entwicklung inhalts- und prozessbezogener Kompetenzen (vgl. Kapitel 2.1 Prinzipien guten inklusiven Mathematikunterrichts) geschieht im Mathematikunterricht häufig über die Bearbeitung von ergiebigen Aufgaben und das Arbeiten in Lernumgebungen (vgl. Kapitel 2.3 Gestaltung des Mathematikunterrichts mit Lernumgebungen). Die drei bereits in Kapitel 2.1 beschriebenen Anforderungsbereiche stellen schwierigkeitsbestimmende Merkmale für die konkrete Konstruktion von Aufgaben für den Mathematikunterricht dar. Mit der sich dadurch ergebenden Stufung ergibt sich eine grundlegende Möglichkeit für eine Orientierung an Differenzierungsniveaus.

Im Folgenden wird an dem Beispiel ‚Zahlenmauern‘ verdeutlicht, wie solch ein Angebot für die Orientierung an den Anforderungsbereichen für Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf aussehen kann. Dazu wird das recht verbreitete Aufgabenformat Zahlenmauer kurz skizziert.



Die in der Abbildung 11 eingearbeiteten Schülerdokumente zu ‚Zahlenmauern, deren Basissteine vertauscht sind‘ entstammen den ‚Zahlenmauern-Übungsheften‘ einer Klasse 4-5, Förderschule mit dem Förderschwerpunkt Lernen (Schacht 2010). Alle Schülerinnen und Schüler verfügten zu diesem Zeitpunkt über ein additives Operationsverständnis (bis 20/ 100), ein Teil der Lerngruppe hatte zu diesem Zeitpunkt sowohl die Addition als auch die Subtraktion sowie Ergänzungsaufgaben verstanden. Innerhalb dieser Unterrichtsreihe wurden die inhaltsbezogenen Kompetenzen ‚schnelles Kopfrechnen‘ und ‚Zahlenrechnen‘ sowie die prozessbezogenen Kompetenzen ‚Darstellen/Kommunizieren‘ und ‚Argumentieren‘ (Auffälligkeiten fokussieren, beschreiben und in Ansätzen begründen) geübt, eingeübt bzw. trainiert. Obwohl die gesamte Lerngruppe die ‚gleiche‘ Aufgabenstellung bearbeitet hat, weisen die Schülerdokumente auf sehr unterschiedliche Entdeckungen, Bearbeitungsformen, Denkansätze und Lösungen hin; die Schülerinnen und Schüler bringen ihre mathematischen Kompetenzen entsprechend ihres individuellen Leistungsvermögens zum Ausdruck. Das Erforschen von Beziehungen, den strukturellen Zusammenhängen zwischen den verschiedenen ‚Steinen‘ auf unterschiedlichen Anforderungsbereichen hilft den Schülerinnen und Schülern dabei ihr Wissen über Zahlen zu verankern und zu vernetzen. Im Sinne des

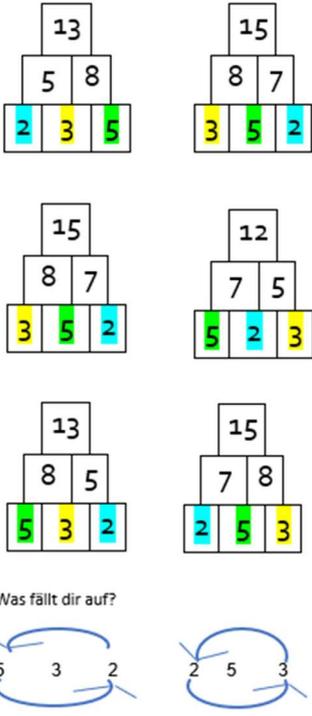
Spiralprinzips stellt die der Aufgabe zugrundeliegende mathematische Grundidee unabhängig vom Bearbeitungsniveau das verbindende Element dar. Aufgaben, die die verschiedenen Anforderungsbereiche berücksichtigen, ermöglichen, dass Schülerinnen und Schüler mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf oder ‚schwache‘ Rechner komplexe mathematische Strukturen entdecken können. Der Unterricht muss daher so angelegt sein, dass die Anforderungsbereiche bewusst bei der Konzeption der Aufgaben eingeplant werden und zwar so, dass Lernende mit und ohne sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf die Möglichkeit haben, nicht ausschließlich den Anforderungsbereich I zu erreichen. Dies ist dann möglich, wenn eine Aufgabe in Teilaufgaben gegliedert werden kann und der Zugang sowie die Bearbeitungsweise auf unterschiedlichen Wegen möglich sind. Damit geht einher, dass die Anforderungsbereiche nicht streng hierarchisch zu sehen sind: Die Bearbeitung der einzelnen Anforderungsbereiche kann durchaus auf unterschiedlichen Repräsentationsmodi (enaktiv-ikonisch – symbolisch) erfolgen: Eine Schülerin oder ein Schüler schreibt mithilfe eines Wortspeichers die Zusammenhänge auf, eine andere Schülerin oder ein anderer Schüler markiert die Regelmäßigkeiten farblich und stellt die Zusammenhänge mit Pfeilen dar und andere Schülerinnen und Schüler verschriftlichen ihre Entdeckungen.



Keine Lernende / kein Lernender sollte sich ausschließlich im Anforderungsbereich I bewegen. Die erfolgreiche Bearbeitung von Aufgaben in den Anforderungsbereichen II und III, die vorwiegend die prozessbezogenen Kompetenzen entwickeln, muss allen Lernenden mit und ohne sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf immer wieder ermöglicht und zugetraut werden, um eine verständnisorientierte mathematische Grundbildung zu ermöglichen (vgl. Abbildung 11).

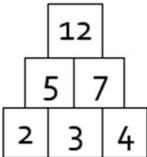
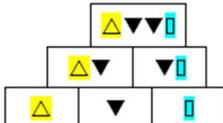
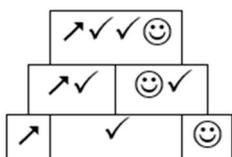
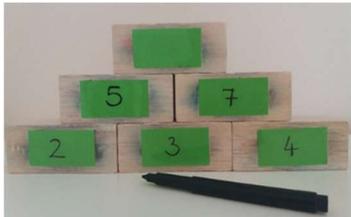
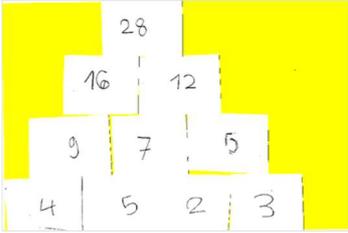
In Abbildung 11 werden Anforderungsbereiche am Beispiel Zahlenmauern beschrieben. Durch unterschiedliche Darstellungen, Materialien oder zu bearbeitende Zahlenräume sind Lernerfolge in allen Anforderungsbereichen möglich.

Abbildung 11 Anforderungsbereiche am Beispiel Zahlenmauern

<p>AB I: Reproduzieren</p> <p>Rechne die Mauer aus.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler lösen die Zahlenmauer.</p>	<p>Lösung von Dominik:</p>  <p>Was fällt dir auf?</p> 
<p>AB II: Zusammenhänge herstellen</p> <p>Was fällt dir auf?</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler markieren Gleiches bzw. Verschiedenes, Veränderungen und Zusammenhänge. Sie erkennen und beschreiben, dass immer die gleichen Basissteine benutzt werden, dass diese vertauscht werden, dass sich dadurch der Deckstein erhöht / erniedrigt / gleich bleibt, wenn der kleinste Basisstein in Mitte ist, der Deckstein am kleinsten ist, wenn der größte Basisstein in Mitte ist, der Deckstein am größten ist. Sie erläutern ihre Erkenntnisse mündlich, schreiben diese auf und / oder verdeutlichen sie durch Markierungen (Forschermittel).</p>	<p>Lösung von Dominik:</p> <p>Wenn die 3 in der Mitte ist, kommt 13 raus.</p> <p>5 in der Mitte → 15</p> <p>2 in der Mitte → 12</p>

<p>AB III: Verallgemeinern und Reflektieren</p> <p>Warum ist das so?</p> <p>Einige Schülerinnen und Schüler begründen mündlich die Auswirkung des mittleren Basissteins auf den Deckstein. Dazu verwenden sie konkretes Material und überprüfen damit die Allgemeingültigkeit (Plättchenbeweis)</p>	
---	--

Abbildung 12 Differenzierungsmöglichkeiten am Beispiel von Zahlenmauern

<p>Anforderungsbereiche</p>	<p> Schülerergebnisse - Differenzierungsmöglichkeiten</p> <p>Förderschule mit dem Förderschwerpunkt Lernen</p> <p>Klasse 4/5</p>
<p> Veränderung der ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung: Ziffern, konkrete Objekte oder Variablen • Materialien: Zahlenmauern konkret aus beschrifteten Steinen bauen (haptisches Zusammenfügen der Mauer). Zahlenmauern aus Ziffernkarten legen. Zahlenmauern mit Plättchen auf Tellern legen. • Zahlenverhältnisse: Zahlenraum bis 20, bis 100 etc. Verwendung einstelliger Basissteine, gemischte Zahlen, Zehnerzahlen, Hunderterzahlen usw. • Etagen, Form der Mauer, Anzahl der Steine etc. 	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="655 920 802 1077">  </div> <div data-bbox="831 954 1054 1077">  </div> <div data-bbox="1078 920 1310 1077">  </div> </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div>

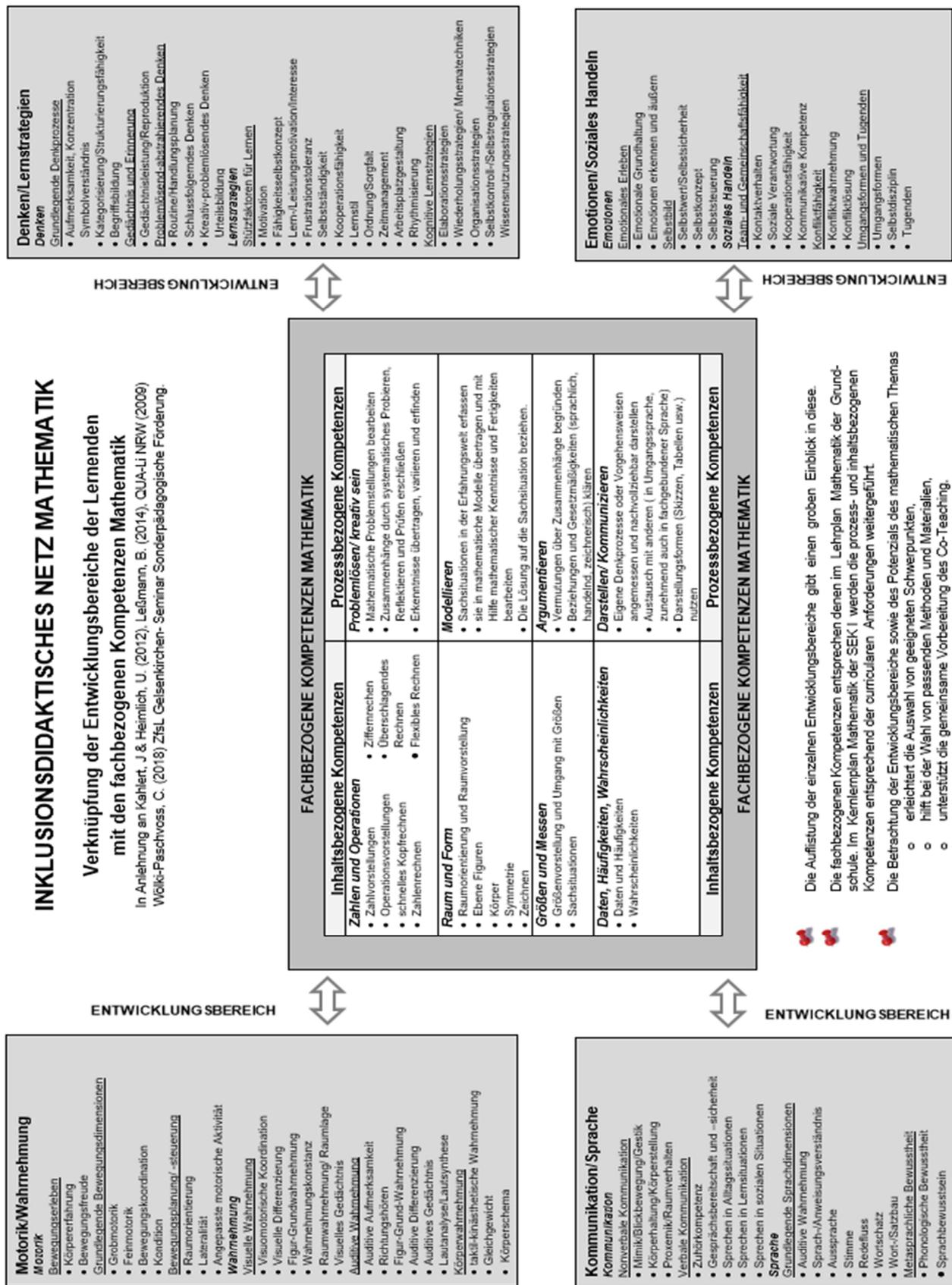
3.3.2 Das inklusionsdidaktische Netz

Zur Planung eines Gemeinsamen Mathematikunterrichts ergibt sich daher die Notwendigkeit, die sonderpädagogische Dimension mit den Fachkompetenzen der Bildungsstandards Mathematik gemeinsam in den Blick zu nehmen. Auf dieser Idee basierend wurde im Sinne eines ideengebenden Werkzeugs das „Inklusionsdidaktische Netz – Planungsraster Mathematik“ (vgl. Kahlert & Heimlich 2014) im Zentrum für schulpraktische Lehrerbildung Gelsenkirchen - Seminar für das Lehramt für sonderpädagogische Förderung, Fachseminar Mathematik weiterentwickelt.

In der nachfolgenden Abbildung werden

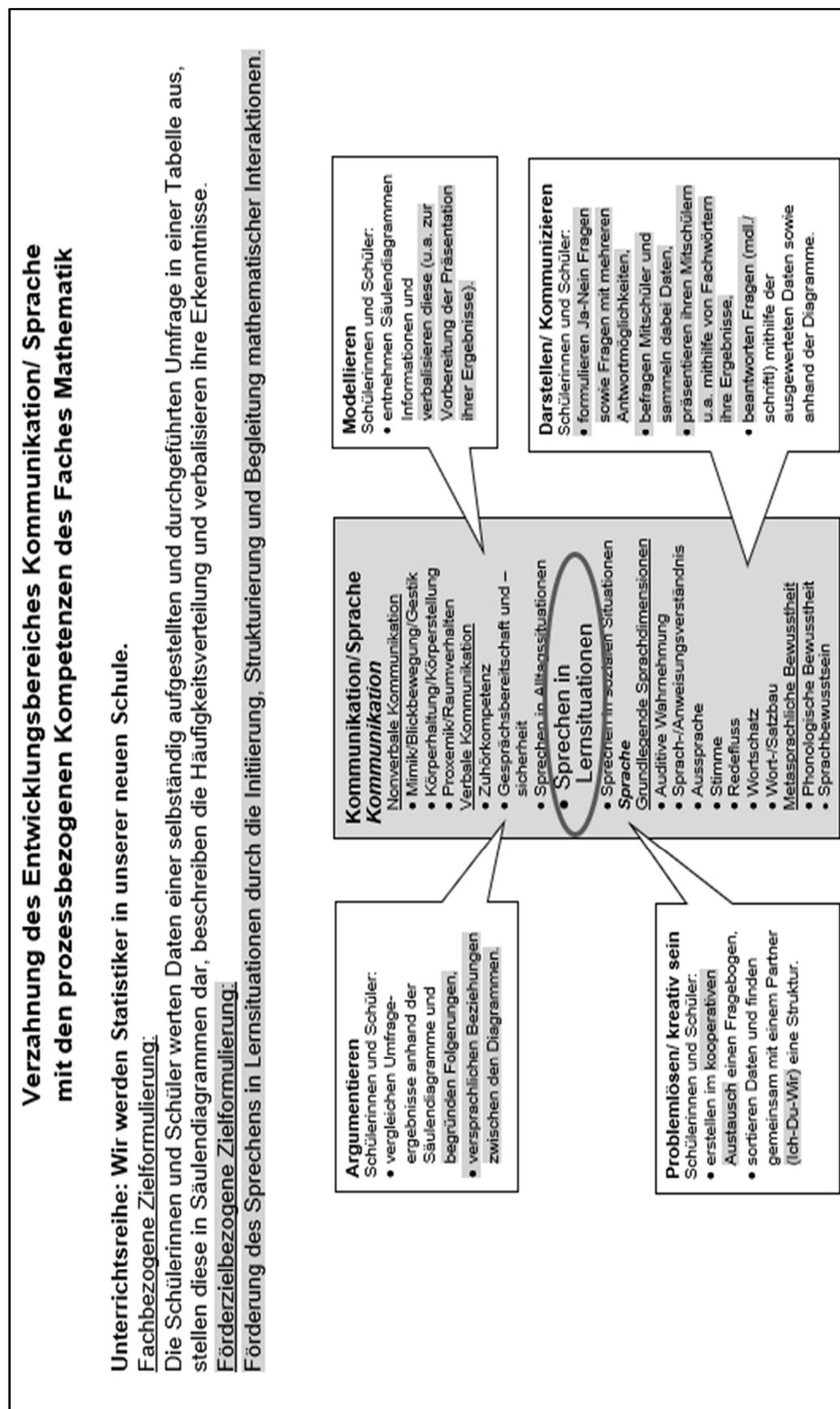
- zum einen die vier Entwicklungsbereiche (vgl. Kapitel 5.4), die u.a. die Grundlage für den gelingenden schulischen Kompetenzerwerb bei Lernenden mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf in den Förderschwerpunkten Lernen, Sprache sowie Emotionale und soziale Entwicklung (*Lern- und Entwicklungsstörungen* §4 AO-SF) bilden und
- zum anderen die inhalts- und prozessbezogenen Fachkompetenzen dargestellt.

Abbildung 13: Inklusionsdidaktisches Netz (Wölki-Paschvoss 2018)



Der Lernende mit seinen spezifischen, in der Unterrichtsstunde geforderten entwicklungsbezogenen Stärken, Bedarfen und Hemmnissen wird in Bezug gesetzt zu den fachbezogenen mathematischen Kompetenzen, die entwickelt werden sollen. Korrelationen werden deutlich, wenn die prozessbezogenen Kompetenzen des Faches Mathematik und die Entwicklungsbereiche (Förderbereiche) aufeinander bezogen werden. Der prozessbezogene Kompetenzbereich ‚Argumentieren‘ hängt beispielsweise mit dem Entwicklungsbereich ‚Kommunikation und Sprache‘ zusammen, die prozessbezogenen Kompetenzen ‚Modellieren‘ und ‚Kommunizieren‘ weisen Bezüge zu dem Entwicklungsbereich ‚Emotionen/Soziales Verhalten‘ aber auch zu ‚Denken und Lernstrategien‘ auf. Diese Korrelationen spiegeln die großen Chancen des Faches Mathematik für die Anbahnung von sowohl fachbezogenen Kompetenzen (inhalts- und prozessbezogen) als auch entwicklungsbezogenen bzw. förderzielorientierten Kompetenzen wider. Wenn zum Beispiel Schülerinnen und Schüler Beobachtungen und mathematische Zusammenhänge beschreiben, eigene Vorgehensweisen verständlich wiedergeben, begründen und anderen präsentieren, kommt es zu Überschneidungen der Kompetenzerwartungen des Faches Mathematik mit dem Entwicklungsbereich Kommunikation/Sprache. Lernchancen entwickeln sich, wenn die individuellen Potenziale und der mathematische Kern der Unterrichtseinheit konstruktiv aufeinander bezogen werden (vgl. Leßmann 2014). Nachfolgendes Schaubild verdeutlicht dieses Anliegen exemplarisch an einem konkreten Unterrichtsinhalt.

Abbildung 14: Förderanliegen in den Entwicklungsbereichen (Wölki-Paschvoss 2018)



Die Planungsschritte sind nicht hierarchisch zu sehen und können (und sollten) zu wechselseitigen Anregungen führen (vgl. Kahlert & Heimlich 2014, S. 133), sowohl aus fachlicher Sicht wie aus entwicklungsbezogener Perspektive.

In der Abbildung 13: Inklusionsdidaktisches Netz (Wölki-Paschvoss 2018) sind die einzelnen Planungsschritte explizit benannt, so dass Lehrkräfte strukturiert in den gemeinsamen Austausch über die Unterrichtsgestaltung kommen können.

Das Planungsraster zu der Unterrichtseinheit „Wir stellen dar: Unsere Nachbarklasse.“ (Abbildung 16: Ein Beispiel: Inklusionsdidaktisches Netz (Wölki-Paschvoss 2018)), die in der 3. Klasse einer Schule des Gemeinsamen Lernens – Grundschule, durchgeführt wurde, veranschaulicht beispielhaft die Ergebnisse der gemeinsamen Planungsüberlegungen und -entscheidungen der Lehrkräfte.



Das vorgestellte „Inklusionsdidaktische Netz – Planungsraster Mathematik“

- ist als eine Arbeitsgrundlage zu verstehen, auf deren Basis der o.g. Perspektivwechsel (Entwicklungsbereiche \Leftrightarrow Fach Mathematik) und die damit verbundenen methodischen, medialen etc. Entscheidungen fokussiert werden.
- fordert auf, sich mit anderen austauschen
- leitet Co-Teaching-Prozesse (vgl. Wember 2013) von Fachlehrerinnen, Fachlehrern und sonderpädagogischen Lehrkräften und steuert sie.

Abbildung 15: Inklusionsdidaktisches Netz - Blanko-Vorlage. (Wölki-Paschvoss 2018)

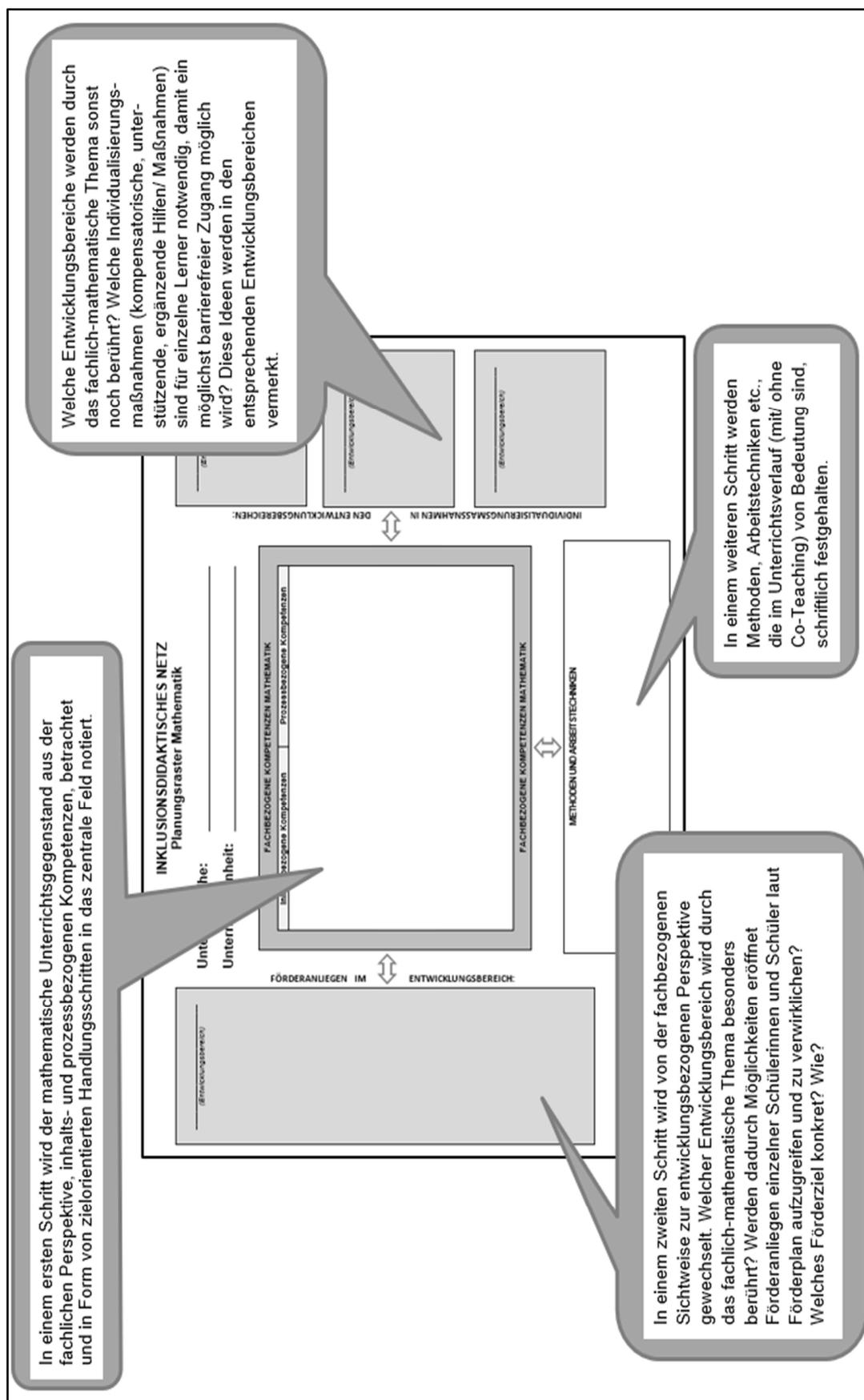
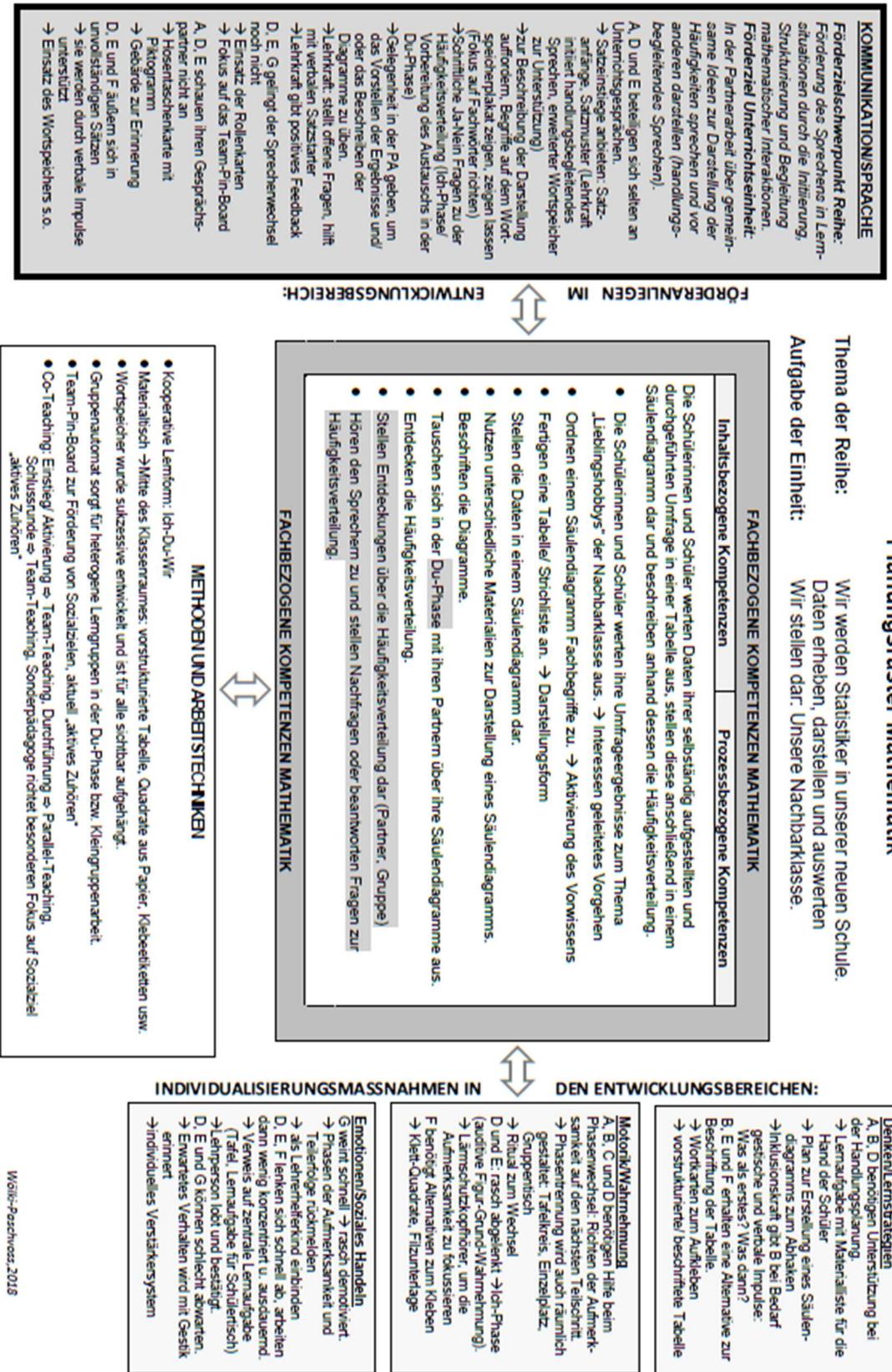


Abbildung 16: Ein Beispiel: Inklusionsdidaktisches Netz (Wölki-Paschvoss 2018)



3.3.3 Das Niveaustufenmodell

Während die bisherigen Ausführungen zur Differenzierung im gemeinsamen Mathematikunterricht der allgemeinen Didaktik bzw. Mathematikdidaktik entlehnt worden sind, schließen nachfolgende Modelle explizit auch sonderpädagogische Überlegungen mit ein. Immer dann, wenn die Leistungen und die entsprechenden Kompetenzerwartungen innerhalb einer Lerngruppe sehr weit auseinanderliegen, stellen die von Wember (2013) ausgearbeiteten Niveaustufen eine Hilfe zur Planung des Unterrichts dar.



Das Modell geht im Sinne einer inklusiven Beschulung von Lernenden mit und ohne sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf aus und richtet sich in der gemeinsamen Verantwortung für den Unterricht sowohl an die Fachlehrerinnen und Fachlehrer als auch an die sonderpädagogischen Lehrkräfte.

Abbildung 17 Niveaustufenmodell nach Wember 2013, S. 380-388

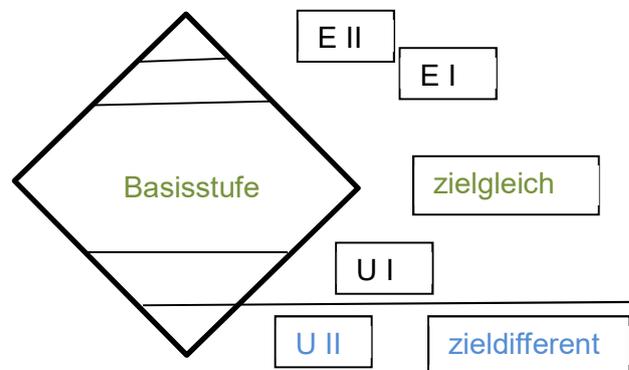
	Niveaustufen	Anforderungen
	Erweiterungsstufe II E II	Differenzierung „nach oben“ Erweiterungen und Vertiefungen für Lernende mit besonderen Interessen und Begabungen - wenige Lernende -
	Erweiterungsstufe I E I	Differenzierung nach oben Erweiterungen und Vertiefungen für Lernende, die die Inhalte der Basisstufe verinnerlicht haben und weitere Herausforderungen brauchen - wenige Lernende -
zentrales Niveau	Basisstufe B	Grundanforderung: Niveau der Lerngruppe Lernende verfügen über die notwendigen Lernvoraussetzungen für den Lerninhalt - Mehrheit der Lernenden -

	Unterstützungsstufe I U I	Differenzierung „nach unten“ Lernende verfügen noch nicht über die notwendigen Lernvoraussetzungen; diese müssen aufgearbeitet werden - wenige Lernende -
	Unterstützungsstufe II U II	Differenzierung „nach unten“ Besondere Förderung bei manifesten Schwierigkeiten Lernende werden auf der Grundlage der individuellen Förderpläne gefördert Ziel ist die Teilhabe am Unterricht - wenige Lernende -

In diesem Modell werden ausgehend von einem zentralen Niveau, das dem allgemeinbildenden Curriculum entspricht (Basisstufe), „nach oben“ (Erweiterungsstufe I) für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler und „nach unten“ (Unterstützungsstufe I) für Schülerinnen und Schüler mit ersten Lern- und Verständnisschwierigkeiten differenziert. Wie in der Tabelle vermerkt, wird davon ausgegangen, dass der überwiegende Teil der Lerngruppe (85-90 %) sich im zentralen Niveau befindet (farbig hinterlegt).

Die Erweiterungsstufe II (E II) sowie die Unterstützungsstufe II (U II) entsprechen den Spitzen einer Raute, dementsprechend wenige Schülerinnen und Schüler werden der E II oder U II zugeordnet (je 3-5% einer Lerngruppe).

Abbildung 18: „Wember-Raute“ (nach Wember 2013)



Für die schulische Praxis benennt Wember (2013) vier Bedingungen, die für eine gelingende Arbeit mit dem Niveaustufenmodell von Bedeutung sind:

- der gezielte Einsatz differenzierter Lehr- und Lernmaterialien
- aktives und eigenständiges Lernen
- die Abstimmung von allgemeiner und intensiver Förderung
- die Kooperation der Lehrerinnen und Lehrer.

Die folgenden Ausführungen nehmen Bezug auf die drei erstgenannten Bedingungen. Zur Kooperation von Lehrerinnen und Lehrer sei verwiesen auf die Webseite des Teilprojektes PIKAS (vgl. PIKAS o.J. c.) Es ist wesentlich, dass im inklusiven Unterricht ein Lernen von- und miteinander und sinnstiftende Kommunikation durch die Setzung eines Rahmens geschaffen wird, der

a) substantielle Mathematik beinhaltet (also nicht nur inhalts-, sondern auch prozessbezogene Kompetenzen fördert) und

b) allen Kindern eine Teilhabe ermöglicht und jede Arbeit – unabhängig davon, auf welchem Niveau diese erfolgt ist – würdigt.

Es empfiehlt sich in einem ersten Schritt, dass Fachlehrerinnen und -lehrer und Förderschullehrerinnen und -lehrer gemeinsam über Inhalte und Methoden in Bezug auf die Basisstufe, die für die Mehrheit der Lernenden maßgeblich ist, eine Absprache treffen. Ausgehend von einem gemeinsamen Lerngegenstand (Abbildung 17 Niveaustufenmodell nach Wember 2013, S. 380-388) erfolgen dann Überlegungen auf einem zentralen, mittleren Niveau. Differenzierungen sind wie in Kapitel 3.2 ausgeführt auf verschiedenen Ebenen möglich. Das zentrale Niveau berücksichtigt demzufolge die allgemeine Spanne der Lernvoraussetzungen in heterogenen Lerngruppen. Zudem wird für Lernende, die ausgeprägtes Interesse und besondere Begabungen zeigen, ein erweitertes und vertiefendes Angebot bereitgehalten: Erweiterungsstufe II. Lernende mit manifesten und umfassenden Lernschwierigkeiten werden der Unterstützungsstufe II zugeordnet und sind zieldifferent. In dieser Stufe werden basierend auf dem individuellen Förderplan der einzelnen Schülerinnen und Schüler die elementaren Lernvoraussetzungen und Grundlagen in den Blick genommen, die *sonderpädagogischer Unterstützung* bedürfen.

Die Arbeit an einem gemeinsamen Thema sowie die Formulierung von zieldifferenten Lernzielen auf den drei Niveaus -zentrales Niveau, Erweiterungsstufe II und Unterstützungsstufe II – bilden das Kernstück der gemeinsamen Unterrichtsplanung im Team.

Wember (2013) betont, dass in einem so verstandenen, differenziert geplanten Mathematikunterricht

- die Anforderungsbereiche berücksichtigt werden
- Tipps und Herausforderungen bereitgehalten werden
- verwandte Aufgaben oder offene Aufgaben eingesetzt werden

- unterschiedliche Darstellungsformen genutzt werden
- Forschermittel eingesetzt werden und
- der gemeinsame Austausch vorbereitet wird.

Zur Illustration des Niveaustufenmodells (vgl. PIKAS o.J. g) wird ein Inhalt herangezogen, der sich in nahezu jedem Mathematik-Schulbuch für das 3. Schuljahr findet.



Das produktive Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten

Die Grundidee dieser Aufgabe zur Übung der schriftlichen Addition ist folgende: aus einem Kartensatz mit den Ziffern von 1 bis 9 werden jeweils sechs Karten ausgewählt, aus diesen werden zwei dreistellige Zahlen gebildet und diese wiederum schriftlich addiert. Jede Ziffernkarte darf nur einmal verwendet werden. Folgender Reihenaufbau ist denkbar (vgl. Sundermann 2014):

- Wie finden wir kleine Summen?
- Wie finden wir große Summen?
- Wie treffen wir die 1000?
- Wir erfinden Aufgaben!

Bezogen auf die gesamte Unterrichtsreihe lautet das Ziel des zentralen Niveaus: Produktives Üben der schriftlichen Addition mit Ziffernkarten zur Förderung der verständigen Ausführung des Rechenverfahrens, des Nutzens von Zahlbeziehungen sowie der Darstellungs- und Argumentationskompetenz. Das Ziel der Unterstützungsstufe II lautet gemäß dem individuellen Förderplan: Produktives Üben von Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 20 mit Zahlenkarten und Wendepfättchen zur Förderung des Erkennens und Nutzens von Zahlbeziehungen sowie von Arbeitstechniken zum Ausbau der Darstellungskompetenz.



Aus sonderpädagogischer Sicht ist bei der Planung des Unterrichts nach dem Niveaustufenmodell, die Einbindung der Entwicklungsbereiche entsprechend der individuellen Förderpläne unabdingbar (vgl. Kapitel 5.3 und 5.4).

Eine Variation des Niveaustufenmodells mit vielfältigen Anregungen zur Konkretisierung ist auf der Webseite „Mathe inklusiv mit PIKAS“ unter der Rubrik Inhalte, Unterrichtsplanung GL nachzulesen (vgl. PIKAS-MI (o.J. a.)). In diesem Modell wird zwischen den vier Teilbereichen: Basisaufgabe, Reduktion, Erweiterung und Möglichkeiten der individuellen Unterstützung

unterschieden. Ausgehend von der Basisaufgabe wird die inhaltliche Bandbreite der Aufgabenstellung entfaltet und mögliche Adaptionen der Aufgabe dargestellt. Unter der Rubrik Leitideen Aufgaben adaptieren, werden Möglichkeiten ausgeführt, Aufgaben für inklusive Lerngruppen im Mathematikunterricht anzupassen.

Abbildung 19 zeigt ein konkretes Beispiel für die Planung zum Thema ‚Wie wir die 1000 treffen.‘ Ausgehend von einer gemeinsamen Aufgabe werden Arbeitsaufträge, Herausforderungs- und Unterstützungsangebote auf allen Niveaustufen geplant.

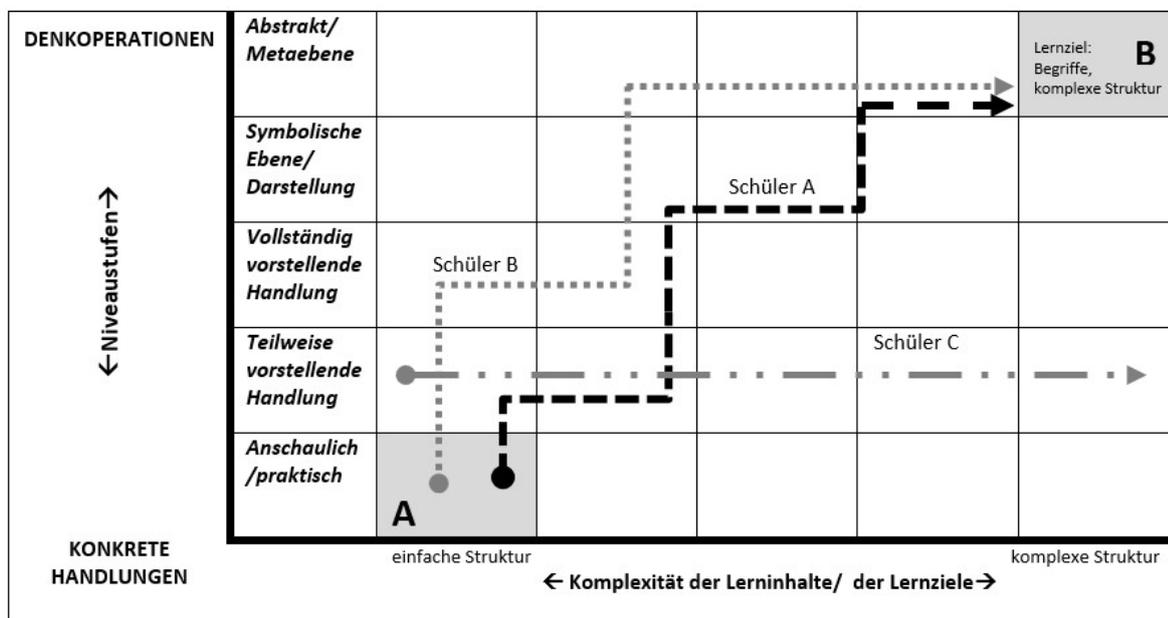
Abbildung 19: Planung einer Unterrichtsreihe - Niveaustufenmodell (vgl. PIKAS o.J. g)

<p>THEMA DER 3. EINHEIT: „Wie treffen wir die 1000?“ Entwickeln von Lösungsweisen und Problemlösestrategien zum geschickten Rechnen von Additionsaufgaben mit dem Ergebnis 1000.</p> <p>GEMEINSAME ERGIEBIGE AUFGABE (Forscherauftrag): Wie treffen wir die 1000? Finde möglichst schau Additionsaufgaben mit der Summe 1000. Wie geht deine Strategie? Denke dir einen passenden Namen aus.</p> <p>KOMPETENZERWARTUNG: Die Schülerinnen und Schüler ...</p> <p>Zentrales Niveau: ... erkennen, dass a) die Summe der Einerstelle 10 und aufgrund des Übertrags an der Zehner- und Hunderterstelle 9 ergeben muss und dass b) durch das Vertauschen der Ziffern weitere Lösungen gefunden werden können.</p> <p>Erweiterungsstufe II: ... prüfen ihre Entdeckungen an Eigenproduktionen, z.B. Transfer auf erweiterten Zahlenraum (z.B. 10000), formulieren bzw. notieren eine (non-)verbale Verallgemeinerung.</p> <p>Unterstützungsstufe II (gemäß individuellen Förderplan): ... zerlegen die Zahl 10 und ordnen die Lösungen (Entwicklung einer Arbeitstechnik).</p>			
	Niveaustufe	Arbeitsauftrag	Herausforderungs- und Unterstützungsangebote
	Erweiterungsstufe II	Wie treffen wir X (selbstgewählte Zahl) bei zwei, drei Summanden (im erweiterten Zahlenraum)? Wann geht was? Warum?	<ul style="list-style-type: none"> • systematisches Probieren, Markieren • „weiße Blätter“ • „schwarzes Ausschneiden“ • Systematisches Probieren, Markieren mit „Forschermitteln“ • AB „Wie treffen wird die 1000?“ (drei Summanden) • Forscherbericht, Plakat Forschermittel im Klassenraum • Ziffernkarten, Stellenwerttabelle • Systematisches Probieren, Markieren mit „Forschermitteln“ • AB „Wie treffen wird die 1000?“ (zwei Summanden) • Forscherbericht, Plakat Forschermittel im Klassenraum • Ziffernkarten, Stellenwerttabelle
	Erweiterungsstufe I	Wie treffen wir die 1000? Kannst du mit drei Summanden die 1000 treffen? Warum nicht? Welche Ergebnisse sind möglichst nah an der 1000?	<ul style="list-style-type: none"> • Gelenkte Entdeckung/ Tippkarten: Wie kannst du die 0 an der Einerstelle erreichen? ... 0 an der Zehnerstelle erreichen? Denke an den Übertrag! • Markieren (ggf. Verschriftlichen) von Entdeckungen, Mini-Plakat „Forschermittel“, Forscherbericht • AB „Wie treffen wird die 1000?“ mit vorgegebenen Aufgaben • Ziffernkarten, Stellenwerttabelle • AB „Wie treffen wird die 10?“ • Zwanzigerfeld, Wendepfättchen • Forscherbericht: AB zum Sortieren der Lösungen (Schere, Klebstoff) • Einbezug der Ergebnisse, wenn es darum geht, die unterschiedlichen Zerlegungsmöglichkeiten für die Einerstelle zu finden.
	Basisstufe	Wie treffen wir die 1000? Finde möglichst schau Additionsaufgaben mit der Summe 1000 (zwei Summanden). Wie kannst du zeigen, wie deine Strategie geht?	
	Unterstützungsstufe I	Wie treffen wir die 1000? Rechne aus. Fülle die Lücken. Was fällt dir auf? Markiere!	
	Unterstützungsstufe II	Wie treffen wir die 10? Finde möglichst schau Additionsaufgaben mit der Summe 10 (Summe 9). Lege deine Aufgaben mit Plättchen am Zwanzigerfeld.	

3.3.4 Lernstrukturgitter nach Kutzer

Das Lernstrukturgitter von Kutzer (1985, S.20) geht von der Erkenntnis aus, dass Lernorganisation nur möglich ist, wenn neben der sachlogischen Struktur des Lerngegenstandes und der Komplexität des Inhaltes gleichermaßen das Niveau und die Lernart sowie die Niveaustufen der Aneignung (konkrete/ anschauliche Handlung, teilweise vorstellende Handlung etc.) der Schülerinnen und Schüler bedacht wird. Individuelles Lernen gelingt in einem solchen Verständnis nur, wenn das wechselseitige Verhältnis beider Dimensionen, von objektiver Lernanforderung (wachsende Komplexität der Sachstruktur) und subjektivem Lernweg (Niveau der Aneignung) berücksichtigt wird. Das Lernstrukturgitter bildet den Zusammenhang zwischen diesen beiden Dimensionen ab.

Abbildung 20: Veranschaulichung des Lernstrukturgitters (vgl. Kutzer 1985, S. 12-10)



Durch die Untergliederung in die Achsen Niveau (vertikale Achse) und Komplexität (horizontale Achse) ergeben sich Felder, die Lernsituationen im Verlauf eines Lernprozesses darstellen. Der Lernprozess setzt bei der niedrigsten Komplexitätsstufe auf der Ebene der konkreten Handlung an. Das höchstmögliche Lernziel ist erreicht, wenn mit der Ebene der Denkoperation die höchste Niveaustufe in der komplexesten Lernsituation erreicht wurde. Die Abfolge der inhaltlichen Teilthemen ist nicht in jedem Fall gleichzusetzen mit einer Progression von einfachen Themen zu komplexen, sondern gliedert eine Thematik sachlogisch, schlüssig auf. Es sind drei Varianten der Ausdifferenzierung möglich: nur das kognitive Niveau oder nur die Komplexität des Lerngegenstandes wird erhöht oder beide Dimensionen werden zugleich erhöht. Im Rahmen des Thüringer Schulversuchs im Jahr 2009 wurde die Konzeption des Lernstrukturgitters von Kutzer (1985) von Sasse und Schulzeck (2013) unter dem Arbeitstitel „Differenzierungsmatrix“ aufgegriffen und auf das Gemeinsame Lernen übertragen. Der

Differenzierungsmatrix kommt dabei die Aufgabe zu, den Blick von Lehrenden auf die beiden Dimensionen kognitiver Komplexität (kognitives Anspruchsniveau) und thematischer Komplexität (Komplexität des Lerngegenstandes) zu lenken, um einen differenzierten Unterricht für sehr verschieden kompetente Schülerinnen und Schüler zu planen und durchzuführen.



Das Gesamtkonzept, das hinter der Differenzierungsmatrix steckt, sieht die Planung von Unterrichtsvorhaben im Lehrerteam unter dem besonderen Blickwinkel der Differenzierung vor. Alle Schülerinnen und Schüler mit und ohne sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf arbeiten am gleichen Thema, es werden Lernangebote (Aufgaben, Materialien) auf unterschiedlichen Aneignungsniveaus gemacht. Ausgehend von einer Matrix mit fünf Zeilen und fünf Spalten – die Anzahl variiert je nach Ausgangslage und Lerngegenstand – ordnen die Lehrkräfte ihre didaktischen Entscheidungen zur Ausdifferenzierung eines Lerngegenstandes bezogen auf ihre konkrete, heterogene Lerngruppe.

Dabei muss nicht zwangsläufig jedes Feld gefüllt werden, letztendlich ist die Matrix eine Strukturierungshilfe und kein starr einzuhaltendes Schema. Der Einsatz der Differenzierungsmatrix kann insbesondere bei der Erarbeitung von mathematischen Begriffen, die einer Hierarchie zugrunde liegen wie z.B. Einführung von Formen und Körpern, Einführung der Rechenoperation Addition oder der Bruchrechnung sinnvoll zur Überlegung und Planung von Differenzierungsangeboten herangezogen werden, da sie neben der komplexer werdenden Struktur des Lerninhaltes auch immer das kognitive Anspruchsniveau betrachtet. Der individuelle Lernweg und Lernzuwachs der einzelnen Schülerin, des einzelnen Schülers kann im Hinblick auf das Lernziel mit Hilfe des Lernstrukturgitters geplant und nachvollzogen werden (Abbildung 20). Im Sinne einer diagnostikorientierten Differenzierung kann dies im Einzelfall zu einer didaktischen Reduzierung und einem evtl. kleinschrittigen Vorgehen führen; ebenso ist aber durch das Wahrnehmen der Stärken auch eine didaktische Erweiterung denkbar, die ein Überspringen einzelner Lernschritte zur Folge hätte. Ausgehend von einem gemeinsamen Thema werden bei der Arbeit mit der Differenzierungsmatrix immer die Ebenen der praktisch-anschaulichen, der teilweise-vorstellenden sowie der vollständig-vorstellenden Handlung betrachtet. Die durch die Form der Matrix vorgegebene Stufung der Aneignung scheint dadurch im Widerspruch zu dem Prinzip der Interaktion der Darstellungsformen (vgl. Kapitel 2.1) zu stehen. Allerdings wird durch Kutzers (1985) Ausführungen sehr deutlich, dass Sprachhandeln auf allen Ebenen das verbindende Element ist. Zu bemerken bleibt, dass die Tätigkeiten und das gegenständliche Lernen in diesen Ebenen der Matrix nicht allein Lernenden mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf zuträglich sind. In Abgrenzung

zum Lernstrukturgitter von Kutzer soll die Differenzierungsmatrix die Grundlage für die Schaffung eines Lernarrangements (Lerntheke, Stationsbetrieb) bieten. Medien, Materialien, Sozialform usw. werden für das komplette Vorhaben konkret festgelegt und die Schülerinnen und Schüler erhalten eine Differenzierungsmatrix, mit Hilfe derer sie sich durch das Lernarrangement selbstständig navigieren (vgl. Abbildung 21).



Bei Lernenden mit Unterstützungsbedarf in den Entwicklungsbereichen wie Denken/ Lernstrategien, Kommunikation und Emotionen/ Soziales Lernen muss bei dieser Vorgehensweise bedacht werden, ob sie ihren eigenen Lernweg schon vollständig planen können, Überforderung und Demotivation könnten sonst die Folge sein. Die Kennzeichnung von Pflicht- und Wahlfeldern könnte hier hilfreich sein.



Anhand des Unterrichtsvorhabens „Mustern auf der Spur!“ konzipiert für eine 1. Klasse wird die Konkretisierung einer Differenzierungsmatrix veranschaulicht. Jedes ausgefüllte Feld entspricht einem bzw. mehreren (Teil-)Angeboten, die mit konkreten Materialien in Einzel-, Partner- oder Kleingruppenarbeit bzw. im Klassenverband bearbeitet werden.

Eine ausgefüllte Matrix (Abbildung 21: Differenzierungsmatrix: „Mustern auf der Spur“) kann das individuelle Ergebnis eines Teams sein, das eine ganz bestimmte heterogene Lerngruppe im Sinn hat. Daraus resultiert, dass es keine allgemeingültigen Differenzierungsmatrizen geben kann, weil die mit der Konstruktion einhergehenden inhaltlichen und ausdifferenzierenden Entscheidungen (thematischen und kognitiven Komplexität) nie per se auf eine andere Lerngruppe übertragen werden können.

Abbildung 21: Differenzierungsmatrix: „Mustern auf der Spur“

		KOGNITIVE KOMPLEXITÄT			
THEMATISCHE KOMPLEXITÄT	abstrakte/ Metaebene	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • deren Gemeinsamkeiten und Unterschiede benennen (Seite, Ecke, Anzahl der Seiten/ Ecken, spitz, eckig, rund etc.) • Formenrätsel herstellen 	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • nach Vorgabe zeichnen, • kriteriengeleitete Überprüfung: Merkmale, Genauigkeit, Sorgfalt etc. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen, Gesetzmäßigkeiten erklären, • verändern oder fortsetzen. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • kriterienorientiert überprüfen, • nach Vorgaben zeichnen, • Eigenproduktionen kriteriengeleitet beurteilen und rückmelden.
	symbolische Ebene/ Darstellung	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • deren Eigenschaften in einer Tabelle ankreuzen, • Piktogramme für Merkmale deuten und versprachlichen (mdl./ schriftl.), deren Eigenschaften in einer Tabelle ankreuzen, • Formenrätsel lösen 	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • zeichnen auf Karo-/ Punkte-/ Blankopapier sowie mithilfe von Lineal, Kreisschablone (ev. Zirkel) in Größe und Lage variieren. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • finden, beschreiben, fortsetzen (Karo-/ Punkte-papier) mithilfe von Lineal, Kreisschablone, • überprüfen, Fehler kennzeichnen und korrigieren, • Elemente weglassen u. Fehlendes rückschließen → Begründen! 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Musterfolgen mit Vorgaben erfinden (Lineal, Kreisschablone), • notieren (schriftl.) der Mustereinheit, • Notationen zuordnen.
	vollständig vorstellende Handlung	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • einer Abbildung (Fotos, Prospekte, Zeichnung) zuordnen, • in zusammengesetzte Figuren erkennen und benennen, • deren Merkmale auf Abbildung zeigen und markieren, • Piktogramme für Merkmale deuten und Abb. zuordnen, • Formenrätsel mit Merkmalskarten 	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • herstellen: Einsatz von Schablonen, • zeichnen auf Karo-/ Punktepapier mit Lineal, Kreisschablone, Freihand. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • in Abbildungen der Umwelt finden und Muster markieren, • in Zeichnungen ausmalen, Muster markieren und weiterführen mit Lineal, Schablonen, Freihand • Elemente abdecken und Fehlendes ergänzen → Begründen! 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Musterfolgen erfinden (Schablonen, Lineal, Freihand) • Sequenzen mdl. beschreiben, • Beschreibungen zuordnen.
	teilweise vorstellende Handlung	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • gleiche und Gleiches markieren (Variation Lage, Größe etc.), • Fehlformen identifizieren, • (aus Papier) zum Herstellen eines Dominos nutzen, • Realgegenständen zuordnen, • (aus Papier) zu Formenbilder (Indianerdorf) legen (Kleben). 	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • nachzeichnen (umrissene/ vorgepunktete Formen), • ausschneiden, • Formenstempel herstellen. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • in Abbildungen der Umwelt finden, zeigen und Muster umfahren, • (einfache Muster) in Zeichnungen ausmalen, Mustersequenzen markieren und fortsetzen (Formenstempel). 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • einfache Musterfolgen erstellen (Formenstempel, Umfahren von Plättchen, Freihand) • Sequenzen versprachlichen.
anschaulich/ praktisch	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • sortieren (konkrete Formen), • auflegen (konkrete Formen auf Abbildung), • erfassen, beschreiben, Merkmale nennen. 	<p>Geometrische Grundformen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • ausstechen mit Hilfe von Backformen, • mit Hölzern legen/ aufkleben bzw. mit Pfeifenreiniger formen. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • nachlegen (Plättchen, Abb.), • durch Sprachhandeln sequentiell erfassen: erst ein Kreis, dann ein Dreieck, dann ... • in der Umwelt finden, zeigen und sprachlich beschreiben. 	<p>Bandornamente ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kleben auf Papierstreifen, • drucken auf Stoffstreifen, • Sequenzen versprachlichen. 	
	<p>Auf Spurensuche! Kennen und benennen der geometrischen Grundformen Viereck, Dreieck und Kreis. <i>(Thema: Indianer)</i></p>	<p>Unser Indianerdorf! Herstellen der geometrischen Grundformen Viereck, Dreieck und Kreis. <i>(Indianerzelle u.Ä.)</i></p>	<p>Indianische Muster! Entdecken und untersuchen von Mustern und Bandornamenten. <i>(Indianerschmuck, -bekleidung)</i></p>	<p>Indianische Muster, jetzt wir! Herstellen von geometrischen Mustern und Bandornamenten. <i>(Indianerschmuck, -stirnbander)</i></p>	

3.4 Fazit

In den vorangegangenen Kapiteln wurden explizit drei verschiedene, sich teils überlappende Modelle zur Ableitung und Planung von Differenzierungs- und Unterstützungsmaßnahmen vorgestellt. Diese werden kurz aufeinander bezogen, indem die wesentlichen Elemente nochmals hervorgehoben werden:

Ergiebige Aufgaben differenzieren entsprechend der Anforderungsbereiche der Bildungsstandards Mathematik

- Bei Aufgaben, die die verschiedenen Anforderungsbereiche beachten, können Lernende mit sehr differierenden Lernvoraussetzungen ihre mathematischen Kompetenzen individuell - im Sinne der Natürlichen Differenzierung innerhalb von Lernumgebungen - zeigen.
- Vor allem werden die prozessbezogenen Kompetenzen betont, welche zu einer verständnisorientierten, mathematischen Grundbildung beitragen (vgl. KMK 2005) und damit den Erwerb inhaltsbezogener Kompetenzen begünstigen.
- Der gemeinsame fachliche Austausch, das Lernen von- und miteinander ist eine zentrale Idee.

Das Inklusionsdidaktische Netz nach Kahlert und Heimlich

- nimmt sowohl die Entwicklungsbereiche der Schülerinnen und Schüler als auch die inhalts- und prozessbezogenen Fachkompetenzen in den Blick
- stellt eine Planungsgrundlage für unterrichtliche Entscheidungen dar und
- leitet Co-Teaching-Prozesse ein.

Niveaustufenmodell nach Wember: Aufgaben differenziert nach Niveaustufen planen

- Nicht immer ist es möglich, dieselben Aufgabenstellungen auf verschiedenen Niveaustufen mit der gesamten Lerngruppe gemeinsam zu erarbeiten.
- Um das Lernen mit- und voneinander zu ermöglichen, sollte es einen übergeordneten Arbeits- bzw. Reflexionsauftrag geben, an dem alle Lernenden auf unterschiedlichem Niveau arbeiten. Möglicherweise arbeiten sie nicht alle inhalts- bzw. themengleich.
- Die inhaltlich verschiedenen Aufgabenstellungen sollen sich in der Zusammenschau ergänzen, dazu muss überlegt werden, welche Verknüpfungen es zu unterschiedlichen mathematischen Inhalten gibt.
- Allen Lernenden soll der Austausch über gemeinsame Inhalte und übergeordnete Problemstellungen immer wieder ermöglicht werden, um das Lernen von- und miteinander zu fördern.

Lernstrukturgitter nach Kutzer – Differenzierungsmatrix nach Sasse

- Die „Niveaustufen des Denkens“ werden in diesem Modell (konkrete/anschauliche Handlung; teilweise vorstellende Handlung; vollständig vorstellende Handlung; symbolische Denkopoperation, abstrakte Denkopoperation) mit der zunehmend komplexer werdenden Struktur des Lerngegenstands verknüpft.
- Diese Verflechtung kann Lehrkräfte in ihrem Diagnose- und Planungsprozess (Lernstand, Zone der nächsten Entwicklung, individuelle Lernziele, individuelle Lernwege) unterstützen.
- Die unterschiedlichen Zugangsweisen zu einem mathematischen Thema werden mit dem Lernstrukturgitter gut dargestellt und entfaltet. Damit können unterschiedliche Präferenzen der Lernenden wahrgenommen, ihnen entsprochen und gezielt gefördert werden.
- Individualisierung steht im Vordergrund, das Lernen des einzelnen Lerners steht im Fokus.

Pädagogische Entscheidungen sind hochgradig adaptiv bezogen auf unterschiedliche Lernausgangslagen, Entwicklungsprofile und Förderbedarfe der Schülerinnen und Schüler. Der adaptive Einsatz von unterschiedlichen ideengebenden und -leitenden Differenzierungsmodellen zielt für alle Schülerinnen und Schüler auch für die mit sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf auf möglichst anspruchsvolle Ziele ab. So verstanden bedeutet Differenzierung nicht automatisch eine Absenkung des Lernniveaus, sondern hat zugleich die Zone der nächsten (individuellen) Entwicklung sowie das Erreichen von curricular anstehenden Zielen des Lernenden im Blick. Je nach Modell verschieden wird ein 'Gemeinsamer Gegenstand' inhaltlich ausdifferenziert und hält ebenso viele Lernziele wie Lernwege bereit, die auf ganz unterschiedliche Weise, entsprechend der Lernvoraussetzungen und des Aneignungsniveaus der Schülerinnen und Schüler, erreicht werden können. Werden die Differenzierungsmodelle miteinander in Beziehung gesetzt und mit Kolleginnen und Kollegen diskutiert, können sie in der Gesamtsicht einen wertvollen Beitrag zu einem guten, differenzierenden Mathematikunterricht im Gemeinsamen Lernen leisten.

Abbildung 22 Innere - äußere Differenzierung

Individualisiertes Lernen				
Gemeinsames Lernen				
Natürliche Differenzierung in Lernumgebungen	Inklusionsdidaktisches Netz	Niveaustufenmodell	Lernstrukturgitter bzw. Differenzierungsmatrix	Äußere Differenzierung (z.B. Förderschleifen) Innere Differenzierung (z.B. Freiarbeit)

4 Eine Unterrichtsreihe zum Thema Teiler und Vielfache

4.1 Verortung in den Kernlehrplänen, Richtlinien und Standards

Das folgende Unterrichtsbeispiel zur Untersuchung von Zahleigenschaften unter besonderer Berücksichtigung der ‚Reichen Zahlen‘ veranschaulicht, wie Gemeinsames Lernen in einer 5. Klasse an einer Gesamtschule gelingen kann. Dabei wird der Blick auf die Bedarfe von Lernenden mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf gelenkt und es wird aufgezeigt, wie sowohl die Analyse und Reduktion der Sache als auch die methodisch-didaktischen Entscheidungen eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts im inklusiven Setting weitergedacht werden müssen. Das Unterrichtsbeispiel „Reiche Zahlen“ aus dem Bereich der Arithmetik/Algebra knüpft spiralcurricular an die Kompetenzerwartungen der Klasse 4 an und deckt einen elementaren, von der Grundschule bis in die Oberstufe relevanten Baustein im rechnerischen Denken ab. Die Division und die Teilbarkeitsbeziehungen bilden die Grundlagen für das Bruchrechnen. Dabei wird ein komplexer Problemkontext (vgl. Kapitel 2.1 Ergiebige Aufgaben und Problemkontexte) geschaffen, bei dem Elementares wiederholt, gefestigt, angewendet und weitergeführt sowie Neues erschlossen wird. Das Unterrichtsbeispiel zielt auf die prozessbezogenen Kompetenzen Problemlösen, Argumentieren und Kommunizieren ab und verdeutlicht, wie sie bei Lernenden in zielgleichen oder zieldifferenten Bildungsgängen gefördert werden können.

Im Folgenden sei der vielfältig mögliche Bezug zu verschiedenen Kernlehrplänen unterschiedlicher Schulformen exemplarisch am Beispiel des Kernlehrplans für die Gesamtschule (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2004) ausgeführt:

Bei den inhaltsbezogenen Kompetenzen wird der Schwerpunkt auf den Bereich ‚Arithmetik / Algebra- mit Zahlen und Symbolen umgehen‘ gelegt. Dort werden insbesondere folgende Kompetenzen in den Blick genommen:

Schülerinnen und Schüler

- führen Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen aus
- bestimmen Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen.

Unter den prozessbezogenen Kompetenzen ist insbesondere der Bereich des „Problemlösens - Probleme erfassen, erkunden und lösen“ unter folgenden Aspekten relevant:

Schülerinnen und Schüler

- nutzen elementare mathematische Regeln und Verfahren zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen

- wenden die Problemlösestrategie „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ an.

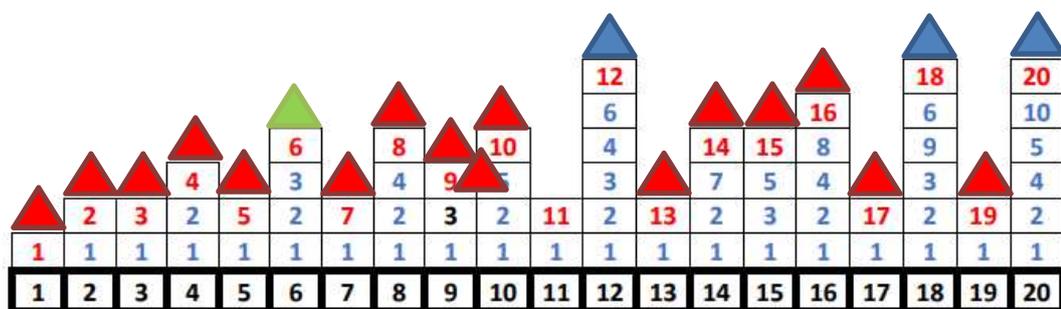
Bezogen auf die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss (vgl. KMK 2004 b, 2005) entspricht das Anforderungsprofil des ausgewählten Unterrichtsbeispiels den drei Anforderungsbereichen unter folgenden Schwerpunkten (vgl. Kapitel 2.1 Abbildung 1):

- Anforderungsbereich I (Reproduzieren): Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen
- Anforderungsbereich II (Zusammenhänge herstellen): Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpfen
- Anforderungsbereich III (Verallgemeinern und Reflektieren): eigene Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen und Interpretationen finden.

4.2 Aspekte des Lerngegenstands

Beschäftigt man sich mit der Thematik „Teiler und Vielfache“ stößt man in zahlreichen Print- und Online-Medien auf eine interessante Veranschaulichung, die die Teiler und Teileranzahl natürlicher Zahlen visualisiert – die Teilerskyline.

Abbildung 23 Teilerskyline modifiziert nach Korten (2011, S. 29)



Rote Zahlen: unechte Teiler
Blaue Zahlen: echte Teiler

An einer Teilerskyline können alle Teiler einer Zahl abgelesen werden und es wird auf den ersten Blick deutlich, ob eine Zahl viele oder wenige Teiler hat. Je nach Gestaltung der Skyline, kann aber weitaus mehr als nur Teiler und Teileranzahl einer Zahl dargestellt werden. Im Unterrichtswerk für die Förderschule Klick, Klasse 8 (vgl. Busch 2012, S. 60) wird die Teilerskyline genutzt, um die Primzahlen und Quadratzahlen besonders hervorzuheben.

In der Teilerskyline in Tabelle 1 kennzeichnen dreieckige Dächer Zahlen mit anderen Zahleigenschaften: die roten Dreiecke markieren die armen Zahlen, die blauen Dreiecke markieren die reichen Zahlen und das grüne Dreieck eine vollkommene Zahl.



Was sind arme, reiche oder vollkommene Zahlen?

Um einer Zahl n eine der Eigenschaften arm, reich oder vollkommen zuzuweisen, bestimmt man ihre echten Teiler, addiert diese und vergleicht die Teilersumme mit der Zahl.

Zum Beispiel:

- $n = 10$, echte Teiler von 10 sind $T_{10} = 1, 2, 5$ mit der Teilersumme $8 \Rightarrow 8 < 10$. Die Teilersumme ist kleiner als die Zahl $\Rightarrow 10$ ist eine arme (defiziente) Zahl
- $n = 6$, echte Teiler von 6 sind $T_6 = 1, 2, 3$ mit der Teilersumme $6 \Rightarrow 6 = 6$. Die Teilersumme ist gleich der Zahl $\Rightarrow 6$ ist eine vollkommene Zahl
- $n = 12$, echte Teiler von 12 sind $T_{12} = 1, 2, 3, 4, 6$ mit der Teilersumme $16 \Rightarrow 16 > 12$. Die Teilersumme ist größer als die Zahl $\Rightarrow 12$ ist eine reiche (abundante) Zahl

Zur Gruppe der vollkommenen Zahlen gehören im Zahlenraum bis 100 nur die 6 und die 28. Zu den reichen Zahlen gehören (mit Ausnahme der 6 selbst) alle Vielfachen von 6 und von 20, sowie die 56, 70, 88, 90, 96. Die übrigen Zahlen sind arme Zahlen (vgl. Beller 2001).

Um reiche Zahlen möglichst geschickt zu bestimmen, sind verschiedene, individuell unterschiedliche Strategien zu erwarten:

- Unsystematisches oder sukzessives Vorgehen: Die Zahlen werden unsystematisch ausgewählt und auf ihre Teilmengen und Teilersummen hin untersucht.
- Intuitives Vorgehen nach Zahlgefühl: Die Zahlen werden zielgerichtet ausgewählt und untersucht, indem z. B. zunächst die in vielen Einmaleinsreihen vorkommenden Zahlen ausgewählt werden und das Wissen genutzt wird, dass ungerade Zahlen gegenüber geraden Zahlen eher weniger Teiler aufweisen.
- Reduktion der Zahlenmenge nach dem Ausschlussverfahren:
 - Kenntnisse über andere Zahlenmengen werden genutzt, indem z. B. alle Primzahlen ausgeschlossen oder Quadratzahlen nicht untersucht werden, weil sie durch ihr Quadratprodukt einen Teiler weniger besitzen.
 - Zahlenmuster werden erkannt und angewendet, z. B. erweisen sich Vielfache von 6 oder 20 als reiche Zahlen, so dass weitere reiche Zahlen erschlossen werden können (vgl. Korten 2014, S. 272).

4.3 Inhaltlicher Aufbau der Unterrichtsreihe

Die Stundenthemen der Unterrichtsreihe werden wie in Tabelle 1 dargestellt, als Reihentransparenz dargestellt. Diese wird sichtbar im Klassenraum platziert, so dass die Schülerinnen und Schüler stets orientiert sind, an welcher Stelle der Unterrichtsreihe der aktuelle Unterricht stattfindet. Die entsprechende Unterrichtsstunde wird markiert.

Thema der Stunde	Inhalte der Stunde
Was wir schon wissen	Prätest: Lernstandsdiagnose zur Erhebung des Vorwissens zum Einmaleins und Einsdrucheins, den Zahleigenschaften gerade/ungerade Zahlen, Quadratzahlen, Primzahlen und Teilbarkeitsregeln
Wir bereiten uns auf das Forschen vor	Arbeitsteilige Untersuchung von Zahlen mit verschiedenen Zahleigenschaften und Erstellung von Expertenplakaten zur Gruppe der geraden/ ungeraden Zahlen, der Quadratzahlen, der Primzahlen und der Produkte des kleinen Einmaleins
Wir erforschen Teilmengen	Strategien zur Bestimmung der echten und unechten Teiler der natürlichen Zahlen im Zahlenraum bis 20 unter Nutzung der Teilbarkeitsregeln und anderer Zahleigenschaften und ihre Darstellung in der Teilerskyline
Wir erforschen Teilersummen	Arme, reiche und vollkommene Zahlen und Klassifizierung ausgewählter Zahlen im Zahlenraum bis 20 mit Hilfe ihrer Teilersummen
Wir erforschen reiche Zahlen	(Möglichst) geschickte Strategien zur Klassifizierung der reichen Zahlen im Zahlenraum bis 60 / 100 auf der Basis des Vorwissens zu den Gruppen der geraden / ungeraden Zahlen, Quadratzahlen und Primzahlen 
Wir erforschen arme und vollkommene Zahlen	Klassifizierung der Zahlen bis 100 als arme und vollkommene Zahlen
Was wir gelernt haben	Posttest: Lernstandsdiagnose zur Erhebung des Wissens zu Einmaleins und Einsdurcheins, den Zahleigenschaften gerade/ ungerade Zahlen, Quadratzahlen, Primzahlen, Teilbarkeitsregeln, armen, reichen und vollkommenen Zahlen

Tabelle 1 Aufbau der Unterrichtsreihe

4.4 Differenzierende Betrachtung der Lernvoraussetzungen

In der Klasse 5 sind 24 Schülerinnen und Schüler mit einem breiten Leistungsspektrum im mathematischen Bereich, das von drei Lernenden mit sonderpädagogischem Unterstützungsbedarf, einer Schülerin mit sehr schwachen Leistungen im Fach Mathematik und zwei Lernenden mit besonderen mathematischen Begabungen reicht. Folgende Lernvoraussetzungen stellen die Planungsgrundlage des Unterrichts dar:

Lernende	Mathematische Kompetenzen und mögliche Entwicklungsbereiche
Großteil der Schülerinnen und Schüler (Basis)	<ul style="list-style-type: none"> • verfügen sicher über das kleine Einmaleins und überwiegend sicher über das große Einmaleins • können die Teiler einer Zahl mit Hilfe dieses Wissens oder der Teilbarkeitsregeln bestimmen • wissen, was Quadrat- und Primzahlen sind • kennen die Eigenschaften armer, reicher und vollkommener Zahlen
Nadira/Tim (Erweiterung)	<ul style="list-style-type: none"> • sind im mathematischen Bereich insgesamt sehr leistungsstark • verfügen sicher über die notwendigen arithmetischen Voraussetzungen • lösen mathematische Problemstellungen systematisch
Samira schwache Leistungen im Fach Mathematik (Reduktion) Zielgleich	<ul style="list-style-type: none"> • kann sicher im Zahlenraum bis 20 addieren • nutzt in diesem Zahlenraum Beziehungen zwischen Zahlen für vorteilhaftes Addieren und ein geschicktes Zusammenfassen einzelner Summanden • ist im Zahlenraum bis 100 in der Lage, Additionsaufgaben mit Zehnerüberschreitung schrittweise zu lösen • hat ein grundlegendes Verständnis der Multiplikation entwickelt • beherrscht das kleine Einmaleins noch nicht automatisiert • kann gerade und ungerade Zahlen aufgrund der Einerziffer (auch bei zweistelligen Zahlen) unterscheiden
Leon Förderschwerpunkt emotional-soziale Entwicklung (Basis) Zielgleich	<ul style="list-style-type: none"> • verfügt in weiten Teilen über die Grundlagen der notwendigen mathematischen Kompetenzen (s.o.) • Entwicklungsbereiche: • ist in seiner Kooperationsbereitschaft beeinträchtigt • besitzt ein nur gering ausgeprägtes Selbstwertgefühl

	<ul style="list-style-type: none"> • neigt dazu, den Unterricht zu stören, um von dieser Schwäche abzulenken • verfügt nur über eine reduzierte Aufmerksamkeitsspanne
<p>Hannes</p> <p>Förderschwerpunkt Sprache</p> <p>(Basis)</p> <p>Zielgleich</p>	<ul style="list-style-type: none"> • zeigt insgesamt gute mathematische Leistungen • verfügt über tragfähige Grundlagen der notwendigen mathematischen Kompetenzen (s.o.) • Entwicklungsbereiche: • versteht komplexe sprachliche Anforderungen nur eingeschränkt • kann komplexe Gedanken bedingt sprachlich wiedergegeben • braucht Unterstützung in seiner Handlungsplanung • braucht Hilfe in den kognitiven Stützfunktionen
<p>Greta</p> <p>Förderschwerpunkt Lernen</p> <p>(Reduktion)</p> <p>zieldifferent</p>	<ul style="list-style-type: none"> • kann sicher im Zahlenraum bis 20 addieren • löst Aufgaben mit Zehnerüberschreitung im Zahlenraum bis 20 bzw. 100 durch die schrittweise Addition über den Zehner mit Hilfe eines Rechenrahmens. • hat das rechenoperative Verständnis der Multiplikation entwickelt und die Idee der Multiplikation als verkürzte Addition verstanden • kann gerade und ungerade Zahlen aufgrund der Einerziffer (auch bei zweistelligen Zahlen) unterscheiden. • Entwicklungsbereiche • ist in ihrer Merkfähigkeit reduziert, so dass noch nicht alle Zahlensätze des kleinen Einmaleins verfügbar sind • investiert häufig zu wenig „Nettolernzeit“ und bricht Bemühungen zu rasch ab

Tabelle 2 Analyse der Lernvoraussetzungen

4.5 Differenzierende Erörterung der Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Lösungsstrategien – probierend bis systematisch - zur Bestimmung möglichst vieler reicher Zahlen im Zahlenraum

- bis 60 (Basis)
- bis 20 ggf. bis 24 (Reduktion)
- bis 100 ggf. bis 120 (Erweiterung),

indem sie ihr Wissen zu den Zahleigenschaften verschiedener Zahlengruppen und Beziehungen zwischen Zahlen nutzen. Sie können verschiedene Vorgehensweisen vergleichend betrachten und hinsichtlich der Effizienz (ggf. auch hinsichtlich der Übertragbarkeit auf einen größeren Zahlenraum) bewerten und dokumentieren.



Greta (zieldifferente Förderung) und Samira (schwache Leistungen) können reiche Zahlen im Zahlenraum bis 20 (bzw. 24) identifizieren und vollziehen in Ansätzen die Strategien bzw. Handlungen zur Erkennung reicher Zahlen nach. Sie erweitern ihre Fähigkeiten beim Addieren und Multiplizieren im Zahlenraum bis 100.

4.6 Konsequenzen für die Unterrichtsplanung

Der Heterogenität der Lernvoraussetzungen wird in dieser Unterrichtsstunde entsprochen durch Maßnahmen

- auf der Ebene des Classroom-Managements
- auf der fachlich mathematischen Ebene der inhaltsbezogenen Kompetenzen sowie der prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich des Argumentierens und Kommunizierens
- auf der Ebene spezifischer sonderpädagogischer und individueller Unterstützungsbedarfe.

Maßnahmen des Classroom-Managements

Das Classroom-Management hat die Funktion einer präventiv orientierten Unterrichtsorganisation, die Störungen auf organisatorischer, inhaltlicher und personaler Ebene minimiert bzw. vermeidet und ist entscheidend für eine tragfähige Lernmotivation. Bezüglich der Unterrichtsstunde finden sich hinsichtlich der Gestaltung der Lernumgebung zahlreiche Elemente, die dem Gedanken des Classroom-Managements Rechnung tragen:

Abbildung 24 Themen der Unterrichtsreihe

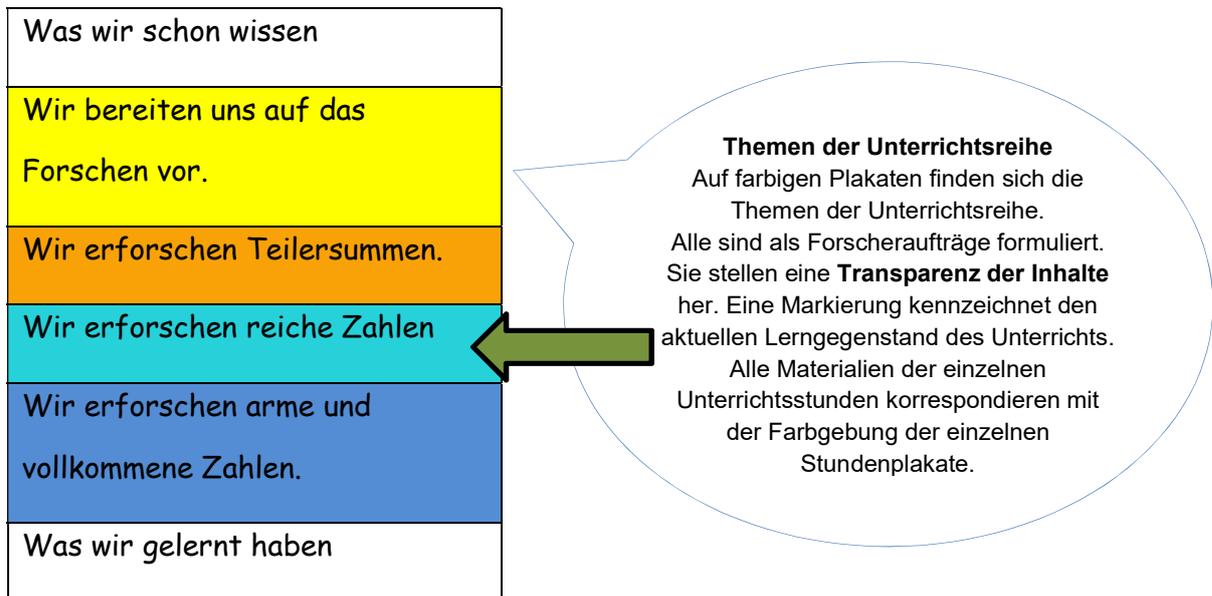
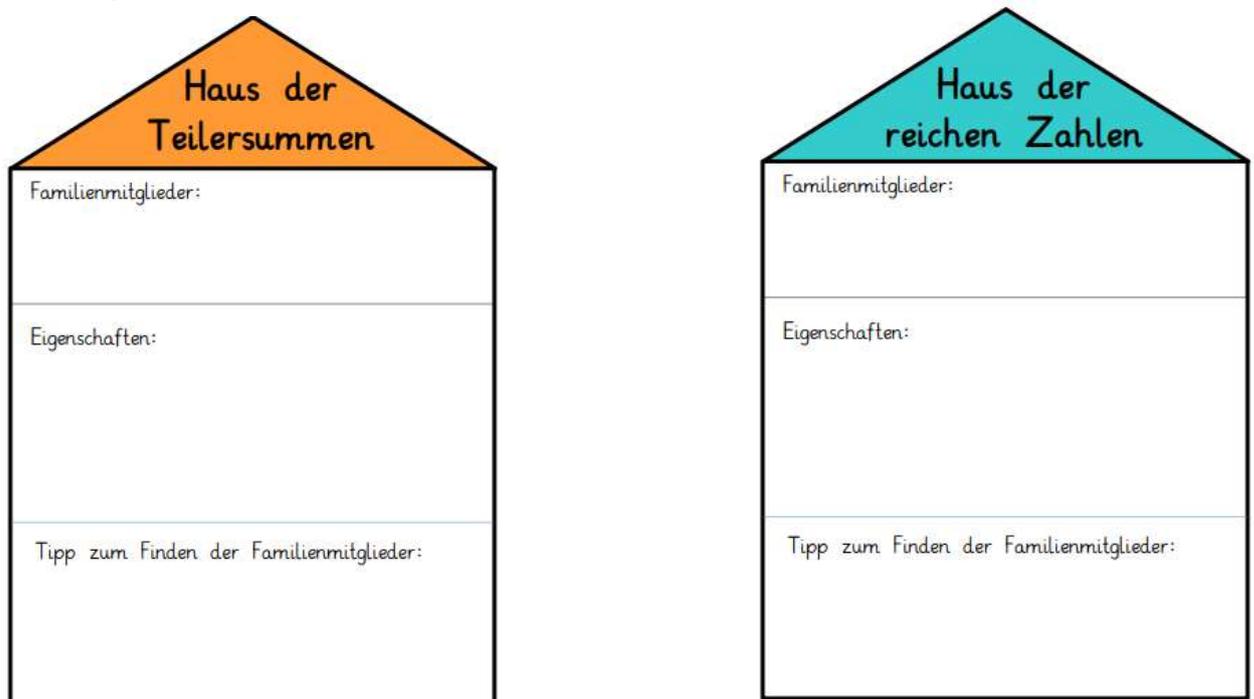


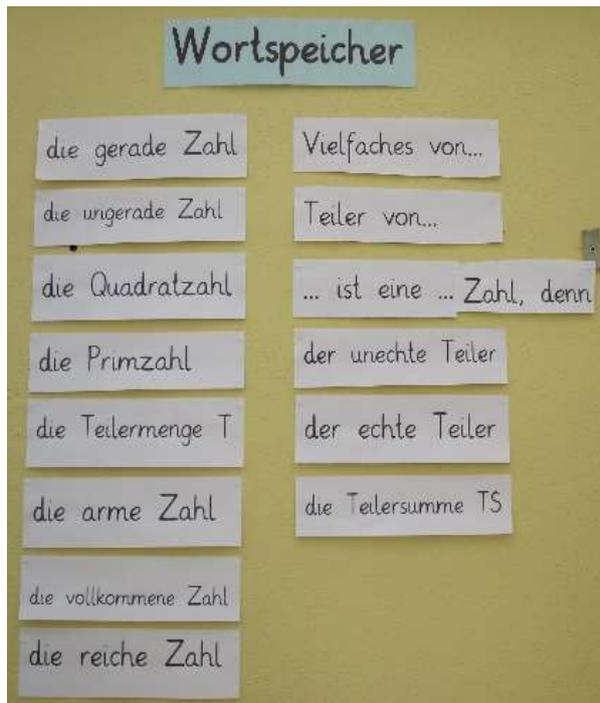
Abbildung 25 Lernplakate



Lernplakate

Zu jeder Unterrichtseinheit dokumentieren farblich korrespondierende und strukturell identisch aufgebaute Lernplakate die **Lernergebnisse der einzelnen Stunde** (Lernspuren). Hier können sich die Lernenden bei Bedarf über die mathematischen Lerninhalte informieren und zentrale Lernergebnisse nachlesen und abrufen.

Abbildung 26 Wortspeicher



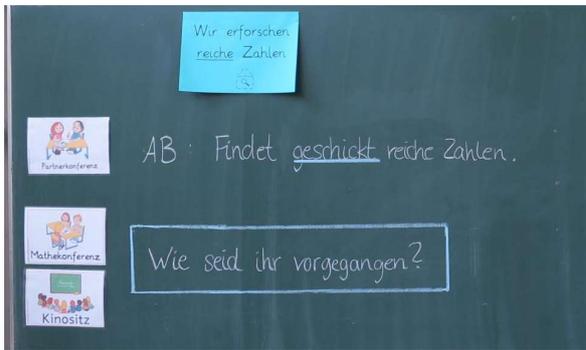
Wortspeicher
 Von Stunde zu Stunde sukzessiv wachsend visualisiert der Wortspeicher die relevanten (Fach)Begriffe und Satzstrukturen. Er ist dauerhaft für die Lernenden präsent. Die **sprachlichen Inhalte** werden regelmäßig im Unterricht trainiert. Die Begriffe und Satzstrukturen sind einzeln auf abnehmbaren Kärtchen notiert und

Abbildung 27 Teilerskyline



Teilerskyline
 Die **strukturierte Darstellung** aller Teiler der Zahlen bis 20 visualisiert die Zahl selbst, ihre echten Teiler (blau) und ihre unechten Teiler (rot).

Abbildung 28 Tafelbild



Tafelbild
 Ein auf das **Wesentliche reduziertes Tafelbild** mit einer klaren Struktur unterstützt die Nachvollziehbarkeit der Lernschritte, visualisiert den Stundeninhalt, den Arbeits- und Reflexionsauftrag und ordnet sie den Sozialformen zu.

Abbildung 29 Anmeldeleiste

Mathekonzferenz		
	●	←
	●	←
	●	←
	●	←
	●	
	●	
	●	
	●	

Anmeldeleiste für die Mathematikkonferenz
 Mit Hilfe der Liste finden sich zwei Partnergruppen nach dem Zufallsprinzip zu einer Vierergruppe zusammen. Die erste Partnergruppe klammert sich an die Positionen 1 und 2 an, die nächste an die Positionen 3 und 4. Wenn eine Vierergruppe vollständig ist, nimmt der oder die Lernende an der letzten Position der Liste die Namensklammern an sich und holt die übrigen Gruppenmitglieder zusammen. Jeder Gruppe ist ein fester Arbeitsplatz zugeordnet.

Abbildung 30 Rollenzuweisung

**Rollenzuweisung**

Die Aufgaben jedes Gruppenmitglieds innerhalb der Konferenz sind durch verschiedene Rollen strukturiert. Ist eine Gruppe vollzählig, werden die farbigen Schilder umgedreht. Auf ihrer Rückseite sind die einzelnen Rollen Schreiber, Materialholer, Zeitwächter und Konferenzleiter vermerkt.

So erfolgt die Zuweisung der Rollen nach dem Zufallsprinzip.

Differenzierungsmaßnahmen**Forscheraufträge und vorstrukturierte Lernhilfen**

Bereits die Zielsetzungen des Unterrichts spiegeln das Differenzierungskonzept auf der fachlichen Ebene wider. Dementsprechend erfolgt auf der Ebene der inhaltsbezogenen Kompetenzen eine Differenzierung durch die Variation des untersuchten Zahlenraums. Hinsichtlich der prozessbezogenen Kompetenzen im Bereich des Problemlösens sowie des Kommunizierens und Argumentierens findet die Differenzierung durch die Lernenden statt (vgl. Kapitel 2.1 Natürliche Differenzierung), indem sie unterschiedlich systematisch vorgehen und Zusammenhänge und Beziehungen variierend erkennen, nutzen und verbalisieren. Begleitet wird dieser Prozess durch die Passung und Strukturierung der eingesetzten Arbeitsmaterialien für die Schülerinnen und Schüler. Im Forscherauftrag (Abbildung 31 Forscherauftrag), der für die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen im Zahlenraum variiert wird, bearbeiten die Schülerinnen und Schüler in Partnerarbeit die Aufgabenstellung. Hier finden sie eine Tabelle, die eine Struktur zur Berechnung der reichen Zahlen vorgibt. Ein weiterführender Folgeauftrag (Abbildung 32) vertieft und systematisiert die strukturellen Untersuchungen und initiiert den Transfer der Erkenntnisse auf einen größeren Zahlenraum.

Abbildung 32 Protokoll der Mathekonferenz

Forscherauftrag 3: Wir erforschen reiche Zahlen

Protokoll der Mathekonferenz

Namen der Teilnehmer:

Datum:

Wie habt ihr geschickt alle reichen Zahlen gefunden? 🤔

Unser Trick:

Darüber hinaus ist auf dem Arbeitsmaterial der Lernenden als Vorstrukturierung eine Zahlentafel (Abbildung 34 und Abbildung 35) mit den Zahlen bis 60 in einer Sechserstruktur abgebildet. Nach der Markierung identifizierter reicher Zahlen forciert diese Struktur das Erkennen von Mustern und Zusammenhängen (das der Vielfachen von 6 oder von 20) und unterstützt damit eine gezieltere Suche und den Prozess der Hypothesenbildung. An einen variierten Zahlenraum kann die Tafel in Sechschritten verkleinert oder vergrößert angepasst werden. Optional können Tipps (Abbildung 33 und Abbildung 34) genutzt werden, die in einer gestuften Form als vorstrukturierende Lernhilfen Hinweise für ein geschicktes Vorgehen geben können.

Abbildung 33: Tipp 1

Tipp 1
Es gibt eine Zahlenfamilie, die auf jeden Fall arm ist!
Es gibt eine Zahlenfamilie, die auf jeden Fall viele Teiler hat!

Abbildung 34: Tipp 2

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60

Tipp 2

Die Zahlenfamilie, die nur die 1 als echten Teiler hat, ist durchgestrichen.

~~2, 3, 5, ...~~

Zahlenfamilien, die viele Teiler haben, sind eingekreist.

12

Abbildung 35 Zahlenfeld

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60

Mathematikkonferenz

Die Verdichtung der Ergebnisse aus der Partnerarbeit vollzieht sich in der Mathematikkonferenz in einer Vierergruppe. Mit Hilfe der kooperativen Lernform „Zu zweit nachgedacht, zu viert überdacht“ (Brandt & Nührenböcker 2009), einer Variante des Prinzips „Think – Pair – Share“, konkretisiert die Gruppe eine gemeinsame zielführende Strategie bei der Suche nach reichen Zahlen. Der Lernprozess in der Konferenz wird gelenkt durch einen strukturgebenden Ablaufplan (Abbildung 36) mit mathematischen Arbeitsaufträgen, einem vergrößerten Zahlenfeld (Abbildung 37) zur Dokumentation der reichen Zahlen und einem Protokoll (Abbildung 32), auf dem die Gruppenergebnisse für die Präsentation in der gemeinsamen Abschlussreflexion aller Lernenden festgehalten werden.

Abbildung 36 Ablaufplan

Forscherauftrag 3: Wir erforschen reiche Zahlen	
Ablaufplan	
<input type="checkbox"/>	1. Wie seid ihr bei Suche nach reichen Zahlen vorgegangen? Stellt euch eure Ideen vor. 
<input type="checkbox"/>	2. Wählt einen Lösungsweg aus und sucht auf dem Sechzigerfeld auf der nächsten Seite weiter nach reichen Zahlen. 
<input type="checkbox"/>	3. Beschreibt eure Lösungsschritte auf dem Protokoll. 
<input type="checkbox"/>	4. Stellt sicher, dass jeder von euch die Ergebnisse der Klasse vorstellen und erklären kann und bearbeitet den Folgeauftrag.  

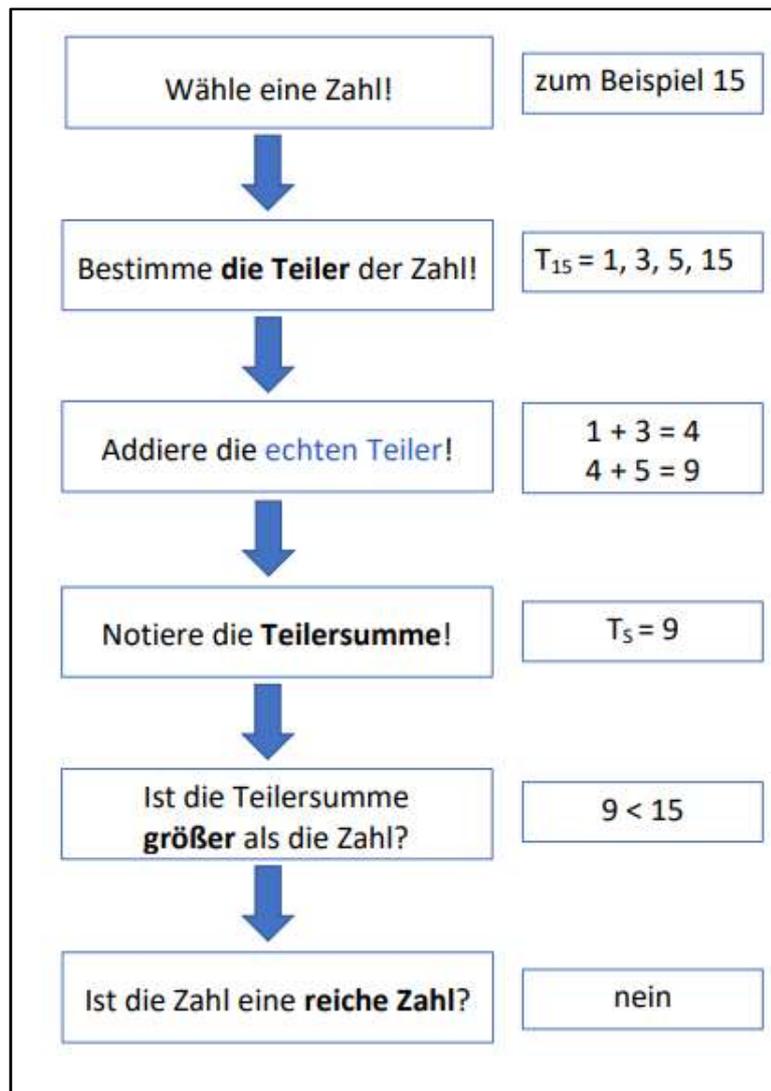
Abbildung 37 Zahlenfeld

Wir erforschen reiche Zahlen						
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	
13	14	15	16	17	18	
19	20	21	22	23	24	
25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	
37	38	39	40	41	42	
43	44	45	46	47	48	
49	50	51	52	53	54	
55	56	57	58	59	60	
Beschreibt eure Lösungsschritte auf dem Protokoll.						

Maßnahmen auf der Ebene spezifischer sonderpädagogischer und individueller Unterstützungsbedarfe

- Die Handlungsplanung (Abbildung 38): Sie strukturiert als „Schritt-für-Schritt-Anleitung“, das arbeitsmethodische Vorgehen. Die Schritte werden einzeln von oben nach unten ausgeführt und bei jeder Zahl wiederholt. Zur Prozesskontrolle wird eine Wäscheklammer am linken Rand von Arbeitsschritt zu Arbeitsschritt weiter gerückt. Die Instruktionen sind in knappen Sätzen abgefasst und folgen den Prinzipien der „Leichten Sprache“ (vgl. Kap. 2.2).

Abbildung 38: Handlungsplanung



- Zahlenkarten von 1 bis 20 (Abbildung 39): Die Zahlenkarten dienen als Unterstützung. Nach der Berechnung der Teilersummen und der Interpretation der Ergebnisse werden nur die Zahlenkarten der reichen Zahlen im Karton abgelegt und in der Zahlentafel markiert.

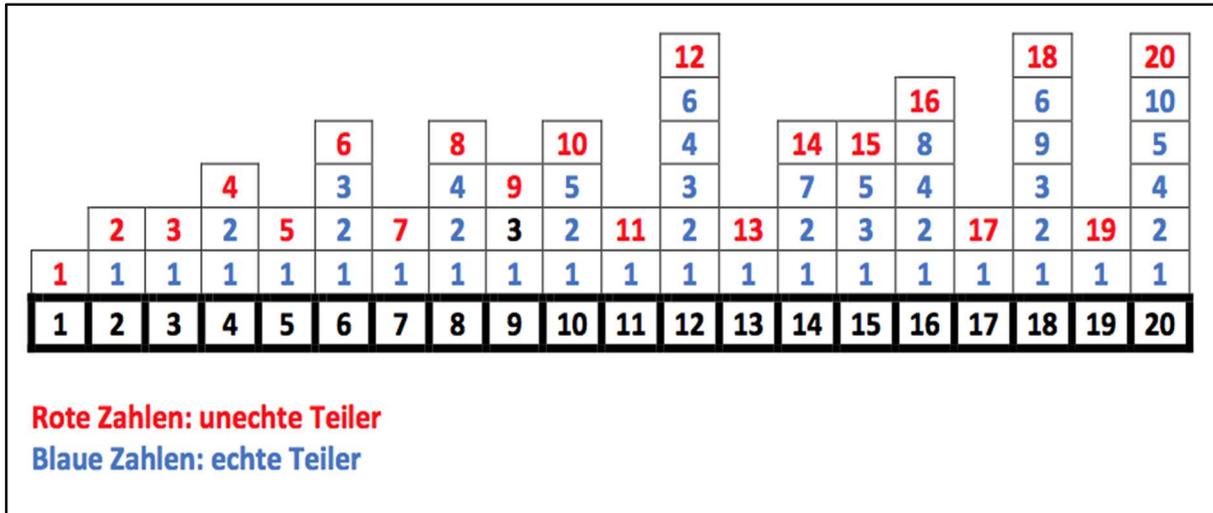
Abbildung 39: Zahlenkarten von 1-20



- Verkleinerte Teilerskyline (Abbildung 40)

Die verkleinerte Teilerskyline für die Arbeit am Platz entlastet die Suche nach Teilern im Zahlenraum bis 20 und dient als Motivationshilfe und zur Vermittlung von Sicherheit im mathematischen Vorgehen.

Abbildung 40: Verkleinerte Teilerskyline



- Mit Hilfe des Wortspeichers (Abbildung 41) können die in dieser Unterrichtseinheit eingeführten Fachbegriffe visualisiert werden. Die Fachbegriffe des Wortspeichers umfassen die Begriffe der Handlungsplanung.

Die Begriffe werden durch erklärende Erläuterungen und Beispiele ergänzt. Die Formulierungen orientieren sich auch hier an den Prinzipien der „Leichten Sprache“. Die Schülerinnen und Schüler haben die Wortspeicher während der Unterrichtsstunde auf ihren Tischen liegen, so dass sie schnell Fachbegriffe nachschlagen können. Gebärdenbilder unterstützen Lernende, die eine visuelle Unterstützung benötigen. Lehrkräfte der LWL-Förderschule Hören und Kommunikation in Gelsenkirchen haben diese freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

Abbildung 41: Mein Wortspeicher

die Summe	Ergebnis einer + Aufgabe	$4 + 5 = 9$
der Teiler einer Zahl die Teiler einer Zahl	<p>12 kannst du auf 1 aufteilen.</p> <p>12 kannst du auf 2 aufteilen.</p> <p>12 kannst du auf 3 aufteilen.</p> <p>12 kannst du auf 4 aufteilen.</p> <p>12 kannst du auf 6 aufteilen.</p> <p>12 kannst du auf 12 aufteilen.</p> <p>Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12</p>	<p>$12 : 1 = 12$</p> <p>$12 : 2 = 6$</p> <p>$12 : 3 = 4$</p> <p>$12 : 4 = 3$</p> <p>$12 : 6 = 2$</p> <p>$12 : 12 = 1$</p> <p>Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12</p>
der unechte Teiler	<p>Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12</p>	12 ist ein unechter Teiler
der echte Teiler die echten Teiler	<p>Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12</p>	1, 2, 3, 4, 6 sind die echten Teiler von 12
die Teilersumme	<p>Das Ergebnis von einer Plusaufgabe mit echten Teilern</p> <p>$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$</p>	16 ist die Teilersumme
reiche Zahl	<p>echte Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6</p> <p>Die Teilersumme ist größer als die Zahl 12.</p> <p>12 ist eine reiche Zahl.</p>	<p>$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$</p> <p>16 ist größer als 12 ($16 > 12$)</p> <p>12 ist eine reiche Zahl.</p>

- Ein Wortspeicher liegt für Schülerinnen und Schüler der Unterstützungsstufe vor. Hier sind die notwendigen Fachbegriffe aufgelistet, Fachbegriffe, die nicht für die Bearbeitung der Aufgaben notwendig sind, fehlen im Vergleich zum Wortspeicher (Abbildung 42). Die Schülerinnen und Schüler haben die Wortspeicher auf ihrem Tisch liegen, so dass sie sich gut orientieren können.

Abbildung 42 Mein Wortspeicher (elementarisiert)

Mein Wortspeicher			
Addieren		+ rechnen	$4 + 5 = 9$
die Summe		Ergebnis einer + Aufgabe	$4 + 5 = 9$ (the number 9 is circled)
der Teiler einer Zahl die Teiler einer Zahl		12 kannst du auf 1 aufteilen. 12 kannst du auf 2 aufteilen. 12 kannst du auf 3 aufteilen. 12 kannst du auf 4 aufteilen. 12 kannst du auf 6 aufteilen. 12 kannst du auf 12 aufteilen. Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12	$12 : 1 = 12$ $12 : 2 = 6$ $12 : 3 = 4$ $12 : 4 = 3$ $12 : 6 = 2$ $12 : 12 = 1$ Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12

<p>der unechte Teiler</p>		<p>Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12</p>	<p>12 ist ein unechter Teiler</p>
<p>der echte Teiler die echten Teiler</p>		<p>Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6, 12</p>	<p>1, 2, 3, 4, 6 sind die echten Teiler von 12</p>
<p>die Teilersumme</p>		<p>Das Ergebnis von einer Plusaufgabe mit echten Teilern</p> $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$	<p>16 ist die Teilersumme</p>
<p>reiche Zahl</p>		<p>echte Teiler von 12 sind 1, 2, 3, 4, 6</p> <p>Die Teilersumme ist größer als die Zahl 12.</p> <p>12 ist eine reiche Zahl.</p>	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$ <p>16 ist größer als 12 ($16 > 12$)</p> <p>12 ist eine reiche Zahl.</p>

4.7 Überblick über Differenzierungsmaßnahmen

(die Maßnahmen können situativ auch zur Unterstützung weiterer Schülerinnen und Schüler genutzt werden)		Großteil der Klasse	Nadira/ Tim	Leon (ESE)	Hannes (SQ)	Greta (L)	Samira (schwache R.)
Inhaltsbezogene Kompetenzen							
Differenzierung durch die Aufgabenstellung	Basisstufe (Abbildung 31 Forscherauftrag) Findet geschickt die reichen Zahlen von 20 – 60!	X			X		
	ggf. modifizierte Basisstufe (Abbildung 31 Forscherauftrag): Findet geschickt die reichen Zahlen von 1 – 60!			X			
	Erweiterung (Abbildung 31 Forscherauftrag): Findet geschickt alle reichen Zahlen bis 100 (optional bis 120)! Entwickelt ein System, wie man die reichen Zahlen bis 100/ 120 geschickt findet!		X				
	Reduktion (Abbildung 31 Forscherauftrag): Findet möglichst geschickt reiche Zahlen bis 20 (optional bis 24)					X	X
Weitere Maßnahmen	Folgauftrag (Abbildung 32)	X		X	X		
	Verkleinerte Teilerskyline (Abbildung 40)			X		X	X
	Rechenrahmen bis 100 als Rechenhilfe					X	
	Zahlenkarten von 1 bis 20/ Ablagekorb (Abbildung 39)					X	X
	Einmaleinstabelle zur Bestimmung der Teiler der Zahlen von 21 – 24					X	X
	Handlungsplanung (Abbildung 38)				X	X	

Prozessbezogene Kompetenzen							
Problem lösen Argumentieren und Kommunizieren	Material mit Zahlentafel bis 60 (Abbildung 37)	X		X	X		
	Material mit Zahlentafel bis 120		X				
	Material mit Zahlentafel bis 24 (Abbildung 37)					X	X
	Tipp 1 und Tipp 2 (Abbildung 33, Abbildung 34)	X	X	X	X	X	X
	Wortspeicher (Abbildung 41)	X	X	X			X
	Elementarisierte Wortspeicher (Abbildung 42)				X	X	
	Soziale Differenzierung der Partner- bzw. Gruppenarbeit (Mathematikkonferenz) durch vorgegebene Konstellation der Gruppen		X	X	X	X	X
	Festgelegte Rollenzuweisung in den Mathematikkonferenzen für bestimmte Schülerinnen und Schüler aufgrund des pädagogischen bzw. sonderpädagogischen Förderbedarfs			X	X	X	X

Tabelle 3 Differenzierungsmaßnahmen

Die Lehrkraft strukturiert das Unterrichtsgespräch durch kurze, prägnante Impulse, die sich an dem sprachlichen Verständnis von Hannes und Greta orientieren. Die Visualisierung hilft bei der Orientierung.

Greta und Samira können sich an diesem Teil des Spiels aktiv beteiligen, da Mehrfachnennungen möglich sind und immer auch eine Zuordnung zur Zahlenfamilie der geraden oder ungeraden Zahlen erfolgt. Leon und Hannes erhalten sprachliche Unterstützung durch den visuellen Zugang mit Hilfe von Gebärdenbildern, ihre jeweiligen Partner und ihre Gruppe, so dass sie die sprachlichen Anforderungen bewältigen können. Die Möglichkeit der Kooperation entlastet zudem die Lernenden.

Um die Planungsentscheidungen für die Leserin/den Leser transparent zu machen, wird an dieser Stelle der individuelle Förderplan für die Schülerin Greta dargestellt. Der sonderpädagogische Unterstützungsbedarf bedingt Entscheidungen, die im Unterrichtsverlauf zum Tragen kommen müssen. Im Kapitel 5 wird dieser Themenkomplex noch einmal intensiver aufgegriffen.

Tabelle 4 und Tabelle 5 zeigen in Anlehnung an die in den Kapiteln 3.3.2 und 3.3.3 dargestellten Varianten, die Planungen des Mathematikunterrichts nach dem Niveaustufenmodell und dem inklusionsdidaktischen Netz vorzunehmen.

Abbildung 43 Individueller Förderplan für Greta

Förderplan Mathematik		
Name: Greta	Klasse: 5	Zeitraum: Oktober 20xx
Ist-Stand a) Stärken b) Grenzen c) Beobachtungen/Selbstwahrnehmung	Zielsetzung der Förderung	Maßnahmen zur Förderung (Lernangebote, Vereinbarungen/ Lernorganisation)
a) - G. hat das Operationsverständnis der Multiplikation entwickelt und kennt die Kernaufgaben des Einmaleins auswendig. b) - Die Orientierung im Hunderterraum ist noch nicht vollständig gesichert. - Das Rechnen mit Zehnerübergang (+/- Einer) fällt ihr noch schwer, der Zehnerübergang mit Zehner-Einer-Zahlen gelingt noch nicht. c) - G. konnte im Fach Mathematik an Selbstsicherheit gewinnen und zeigt sich stolz über ihre Erfolge. - Sie sagt selbst, dass das Rechnen über den Zehner noch nicht gut klappt. - Sie ist motiviert, endlich auch mit „großen“ Zahlen zu arbeiten.	<ul style="list-style-type: none"> - G. soll in den grundlegenden Basiskompetenzen im Zahlenraum bis 100 gestärkt werden, so dass sie die Zehnerüberschreitung nicht mehr als „Hürde“ sieht. - Sie soll das Stellenwertverständnis weiter ausbauen und ihr Wissen über den dekadischen Aufbau des Zahlenraums bis 100 vertiefen (Bündelungsprinzip), sowie erst analoge Strukturen im Zahlenraum bis 1000 erkennen - Sie soll die Kernaufgaben der Einmaleinsreihen bearbeiten und operativ abgeleitete Aufgaben lösen 	<ul style="list-style-type: none"> - Nachbaraufgaben der Verdoppelungsaufgaben mit Punktbildern erarbeiten und festigen - Zuordnung: Verdopplungs- und Nachbaraufgaben erkennen und mit Hilfsmitteln lösen - Multiplikative Strukturen erkennen - Grundvorstellungen der Division aufbauen → individueller Arbeitsplan, Kleingruppenförderung - Geschichten zu Aufgaben erfinden - Additive und multiplikative Operationen unterscheiden und durchführen - In Spielsituationen (Leiterspiele als Brettspiele, Hüftspiele als Bewegungsangebote) Übung der grundsätzlichen Bewegungsrichtungen (vor, zurück, oben und unten) als Bewegungserfahrung → individuelle Begleitung (u. a. zwecks Versprachlichung der Arbeitsschritte), soweit möglich im Bereich Klassenunterricht
Prozessbegleitende Diagnostik: individuelle Lernzielkontrollen Gezielte Beobachtung, ob die Probleme mit der Orientierung im Hunderterraum auf Probleme im Bereich Grundlegende Denkprozesse (Kategorisierung/Strukturierungsfähigkeit) oder auf Probleme im Bereich der Wahrnehmung zurückgeführt werden können)	Ergebnis der Förderung (Beobachtungen, Bemerkungen, Bewertung): <ul style="list-style-type: none"> - G. arbeitet zielstrebig an ihrem individuellen Arbeitsplan und erzielt bei der Arbeit mit strukturierten Materialien gute Erfolge 	
Eiternarbeit <input type="checkbox"/> Elterngespräch am: Telefonat vor den Herbstferien → weitere Informationen beim Elternsprechtag im November	weitere Maßnahmen: (nach den Ergebnissen der bisherigen Förderung) - Weiterführung der Kleingruppenförderung wichtig, um zu mehr Sicherheit zu gelangen.	
Datum Unterschriften	Schülerin/Schüler	Lehrkraft
		Erziehungsberechtigte

Planungsüberlegungen mit Hilfe des Niveaustufenmodells

Thema der Unterrichtsreihe: Untersuchung von Zahleigenschaften			
Gemeinsame Aufgabe: Wir erforschen reiche Zahlen.			
Kompetenzerwartungen: Die Schülerinnen und Schüler...			
Zentrales Niveau: ... entwickeln Lösungsstrategien – probierend bis systematisch - zur Bestimmung möglichst vieler reicher Zahlen im Zahlenraum von 20 bis 60, indem sie ihr Wissen zu den Zahleigenschaften verschiedener Zahlengruppen und Beziehungen zwischen Zahlen nutzen. Sie können verschiedene Vorgehensweisen vergleichend betrachten und hinsichtlich der Effizienz (ggf. auch hinsichtlich der Übertragbarkeit auf einen größeren Zahlenraum) bewerten und dokumentieren.			
Erweiterungsstufe II: ... Zahlenraum bis 100 ...			
Unterstützungsstufe II (gemäß individuellem Förderplan): ... Zahlenraum bis 20 ...			
	Niveaustufe	Arbeitsauftrag	Herausforderungs- Unterstützungsangebot
	Erweiterungsstufe II: <ul style="list-style-type: none"> zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen und Interpretationen gelangen Reduktion der Zahlenmenge nach dem Ausschlussverfahren 	<ul style="list-style-type: none"> Finde möglichst viele reiche Zahlen bis 100. Wie bist du vorgegangen? Nutze dein Wissen über Quadratzahlen, Primzahlen, Schreibe deinen Lösungsweg auf! 	<ul style="list-style-type: none"> Forscherauftrag (Abbildung 31) Systematisches Probieren Markieren
Zentrales Niveau	Erweiterungsstufe I: <ul style="list-style-type: none"> Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpfen 		
	Basisstufe: <ul style="list-style-type: none"> Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpfen Die Zahlen werden zielgerichtet ausgewählt und untersucht, indem z. B. zunächst die in vielen Einmaleinsreihen vorkommenden Zahlen ausgewählt werden und das Wissen genutzt wird, dass ungerade Zahlen gegenüber geraden Zahlen eher weniger Teiler aufweisen. 	<ul style="list-style-type: none"> Finde möglichst viele reiche Zahlen von 20 bis 60. Wie bist du vorgegangen? Schreibe deinen Lösungsweg auf! Finde weitere reiche Zahlen bis 100. 	<ul style="list-style-type: none"> Wortspeicher (Abbildung 26) Tipp 2 (Abbildung 34) Zahlenfeld (Abbildung 35) Folgeauftrag (Abbildung 32) Systematisches Probieren Markieren
	Unterstützungsstufe I: <ul style="list-style-type: none"> Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen 		

	<p>Unterstützungsstufe II:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen • Die Zahlen im Zahlenraum bis 20 werden unsystematisch ausgewählt und auf ihre Teilmengen und Teilersummen hin untersucht. 	<ul style="list-style-type: none"> • Finde möglichst viele reiche Zahlen bis 20. • Wie bist du vorgegangen? • Schreibe deinen Lösungsweg auf! 	<ul style="list-style-type: none"> • Verkleinerte Teilerskyline (Abbildung 40) • Rechenrahmen • Zahlenkarten (Abbildung 39) • Einmaleinstabelle • Handlungsplanung (Abbildung 38) • Tipp 1 (Abbildung 33) • Tipp 2 (Abbildung 34) • Elementarisierte Wortspeicher
--	--	--	---

Tabelle 4 Planung des Unterrichts nach dem Niveaustufenmodell

Planungsüberlegungen mit Hilfe des Inklusionsdidaktischen Netzes

Thema der Reihe: Untersuchung von Zahleigenschaften

Aufgabe der Stunde: Wir untersuchen reiche Zahlen

Denken/Lernstrategien

Förderziel: Die Handlungsschritte sollen selbstständig und zielbezogen geplant und organisiert werden. Lösungsschritte sollen gefunden und geplant werden.

- H. benötigt Hilfe bei der Handlungsplanung.
- G und H. erhalten reduzierten Wortspeicher.
- **H., G., L.:** Lernschritte werden durch die Lehrkraft überwacht
- H., G., L.: kontinuierlich wird eine Rückmeldung gegeben
- H., G., L.: Es wird eine reizarme Umgebung

Fachbezogene Kompetenzen

Inhalts-, prozessbezogene Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Lösungsstrategien – probierend bis systematisch - zur Bestimmung möglichst vieler reicher Zahlen im Zahlenraum von 20 bis 60,

- indem sie ihr Wissen zu den Zahleigenschaften verschiedener Zahlengruppen und Beziehungen zwischen Zahlen nutzen.
- Sie können verschiedene Vorgehensweisen vergleichend betrachten und hinsichtlich der Effizienz (ggf. auch hinsichtlich der Übertragbarkeit auf einen größeren Zahlenraum) bewerten und dokumentieren

Kommunikation/Sprache

- H.; Auf- und Ausbau des Fachwortschatzes
- Gesprächsbereitschaft ermöglichen

Emotionales/soziales Handeln

- L.: Erfolge herausstellen
- Stimmungsbarometer nutzen
- Konsequenz auf die Einhaltung der Regeln achten

Motorik/Wahrnehmung

- G.: Übungen zur simultanen Mengenerfassung

Methoden und Arbeitstechniken

- Tippkarten
- Reduzierter Wortspeicher
- Handlungsplanung
- Kooperatives Lernen

Tabelle 5 Planung mit Hilfe des Inklusionsdidaktischen Netzes

4.8 Verlauf des Unterrichts

Phase	Unterrichtsgeschehen
Einstieg	<p>Aktivierung von Vorwissen und inhaltliche Einstimmung durch Rückgriff auf das „Haus der Teilersummen“ (Abbildung 25), Einordnung des aktuellen Stundenthemas auf den Plakaten (Abbildung 24)</p>  <p>Die Lehrkraft strukturiert das Unterrichtsgespräch durch kurze, prägnante Impulse, die sich an dem sprachlichen Verständnis von Hannes und Greta orientieren. Die Visualisierung hilft bei der Orientierung.</p>
Aktivierung des Vorwissens	<p>Die Lehrkraft erklärt das Spiel der Zahlenfamilien, anschließend spielen die Schülerinnen und Schüler das Spiel in 4er Gruppen.</p> <p>Jede Gruppe erhält zwei Stapel mit Fachbegriffen (blaue Karten: gerade Zahl, ungerade Zahl, Quadratzahl und Primzahl, gelbe Karten: reiche Zahl, arme Zahl, vollkommene Zahl)</p> <p>Die Lehrkraft zeigt nacheinander die Zahlenkarten 15, 26 und 51.</p> <p>Die Gruppen suchen auf ihrem Tisch die passenden Begriffe aus den blauen Karten</p> <p>Haben sie alle zutreffenden Begriffe gefunden, rufen sie STOPP und eine andere Gruppe begründet, warum die Auswahl zutreffend ist oder nicht.</p>  <p>Entlastung des einzelnen Lernenden durch Kooperation. Greta und Samira können sich an diesem Teil des Spiels aktiv beteiligen, da Mehrfachnennungen möglich sind und immer auch eine Zuordnung zur Zahlenfamilie der geraden oder ungeraden Zahlen erfolgt. Leon und Hannes erhalten sprachliche Unterstützung durch ihre jeweiligen Partner und ihre Gruppe, so dass sie die sprachlichen Anforderungen bewältigen können.</p>

Hinführung zum Forscherauftrag	<p>Die Lehrkraft zeigt die Zahlenkarte 12.</p> <p>Die Gruppen nutzen die Begriffe auf den gelben Karten, bestimmen die Teiler (ggf. unter Zuhilfenahme der Teilerskyline (Abbildung 27) berechnen die Teilersumme und identifizieren die 12 als reiche Zahl.</p> <p>Entwicklung und Visualisierung des Forscherauftrags an der Tafel „Finde geschickte reiche Zahlen“ (Abbildung 31) und Klärung der Bedeutung eines geschickten Vorgehens, d.h. möglichst nicht jede einzelne Zahl zu überprüfen</p>  <p>Die inhaltliche Klärung des Begriffs „geschickt“ ist insbesondere für den Lernprozess von Greta und Hannes notwendig, da nicht davon auszugehen ist, dass die bildungs- und fachsprachliche Bedeutung des Begriffs eigenständig verstanden wird. (gegebenenfalls visualisiert).</p>
Organisation	<p>Zur Kenntnis der Lernschrittfolge, der Sozialform und der organisatorischen Vorgaben (Zeitmanagement, Material, Tipps) werden folgende Aspekte erläutert:</p> <p>Inhaltliche Erläuterung und Visualisierung der Phasenfolge (Verlaufstransparenz) (Abbildung 28)</p> <p>Verdeutlichung der arbeitsteiligen, differenzierenden Aufgabenstellungen (Abbildung 31) einschließlich des Folgeauftrags (Abbildung 32) für die einzelnen Partnergruppen</p> <p>Klärung der Unterrichtsorganisation (Zusammensetzung der Partnergruppen, Zeitmanagement, Material, Arbeitsplätze, Tipps)</p>  <p>Die Zusammensetzung der Partnergruppen orientiert sich an den Lernvoraussetzungen und den Förderbedarfen in den Entwicklungsbereichen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Greta und Samira - annähernd gleich leistungsstark • Leon und ein ihm vertrauter Partner aus den vorhergehenden Stunden • Hannes und ein sprachlich leistungsstarker Partner

**Problemlösen
(Think)**

- Die Lernenden organisieren ihre Partnerarbeit (Material, Arbeitsplatz)
- Arbeit der Partnergruppen an ihren spezifischen Aufgaben mit bedarfsorientierter individueller Bearbeitungszeit (variierende Lerntempi)
- Individuelle Anmeldung zur Mathematikkonferenz (Abbildung 29) Bearbeitung des Folgeauftrags (Abbildung 32) bei Wartezeit bis zur Vollständigkeit der Gruppe, dann Beginn der Mathematikkonferenz (vgl. nächste Phase)
- Beendigung der Partnerarbeit für alle nach 20 Minuten (akustisches Signal)



Greta folgt der Handlungsplanung (Abbildung 38), die für sie gleichzeitig als Instrument der Selbstinstruktion fungiert, nutzt den elementarisierten Wortspeicher (Abbildung 42). Greta und Samira entnehmen die Teiler der Zahlen bis 20 der verkleinerten Teilerskyline (Abbildung 40) und können bei Bedarf die Teilersummen mit Hilfe des Rechenrahmens berechnen. Sie nutzen die Einmaleinstabelle zur Bestimmung der Teiler der Zahlen von 21 – 24 und arbeiten handlungsunterstützend mit den Zahlenkarten von 1 – 20 (Abbildung 39), sie nutzen (optional) Tipp 1 (Abbildung 33).

Hannes wird sprachlich durch seinen Partner unterstützt und folgt zur Berechnung der Teilersummen der Handlungsplanung (Abbildung 38), er nutzt den elementarisierten Wortspeicher (Abbildung 42) und (optional) die Tipps 1 und 2 (Abbildung 33 und Abbildung 34)

Leon wird durch seinen vertrauten Partner unterstützt. Er untersucht ggf. zunächst die Zahlen bis 20, um ihm Sicherheit zu geben und nutzt dazu die verkleinerte Teilerskyline (Abbildung 40), optional die Tipps 1 und 2 (Abbildung 33 und Abbildung 34).

Die Lehrkraft steht diesen Partnergruppen ggf. beratend zur Seite und sichert insbesondere das Aufgabenverständnis.

<p>Problemlösen (Pair)</p>	<p>Austausch der Gruppen über die Effizienz verschiedener Strategien zur Bestimmung reicher Zahlen und die Darstellung einer ausgewählten Strategie mit Hilfe der Fachbegriffe. Bei vorzeitiger Beendigung der Mathematikkonferenz folgt die Bearbeitung des Folgeauftrags. Beendigung der Phase für alle nach 15 Minuten (akustisches Signal)</p>  <p>Im Gegensatz zu den anderen Schülerinnen und Schülern arbeiten Greta, Samira, Leon und sein Partner als feste Vierergruppe, da sie als gemeinsame fachliche Grundlage zunächst den Zahlenraum bis 20 bzw. 24 betrachten können.</p> <p>Die Rollenverteilung innerhalb von zwei Konferenzgruppen ist festgelegt.</p> <p>Leon ist Konferenzleiter zur Stärkung seines Selbstwertgefühls und seiner Verantwortung für das Gelingen kooperativer Prozesse. Er wird ggf. durch seinen Partner unterstützt. Samira ist Zeitwächter, um ihre Kompetenzen im Umgang mit der Uhr zu stärken. Greta ist Materialholer. Leons Partner ist der Schreiber der Gruppe. Hannes kann außer der Rolle des Konferenzleiters und Schreibers alle Rollen übernehmen, um ihn auf sprachlicher Ebene nicht zu überfordern. Hinsichtlich des inhaltlichen Verständnisses der Arbeitsaufträge wird Hannes von seinem Partner unterstützt. Der (elementarisierte) Wortspeicher (Abbildung 42) unterstützt den fachlichen Austausch der Gruppen und die fachsprachliche Dokumentation auf dem Protokoll.</p>
--	--

Reflexion (Share)	<p>Präsentation der Ergebnisse durch die Konferenzgruppen (die Reihenfolge der Präsentationen folgt dem Zahlaufbau), orientiert an der Frage „Wie seid ihr vorgegangen?“</p> <p>Hörauftrag für das Plenum: Was findest du an dem Lösungsweg geschickt? Begründe deine Meinung!</p> <p>Diskussion der Strategien und Visualisierung der Ergebnisse, Muster und Zusammenhänge im vergrößerten 60er-Feld nach jeder Präsentation in Bezug auf die Effizienz von Strategien. Impuls der Lehrkraft, vorgestellte Strategien für das Auffinden der reichen Zahlen im Zahlenraum bis 100 bzw. 120 zu nutzen. Erweiterung der Zahlentafel bis 120 und Formulierung von Vermutungen. Konferenzgruppe mit Nadira und Tim präsentiert ihre Ergebnisse. Sicherung der erkannten Eigenschaften reicher Zahlen und effizienter Strategien auf dem Plakat „Haus der reichen Zahlen“ unter der Rubrik „Tipps zum Finden reicher Zahlen“.</p>  <p>Die Reihenfolge der Präsentationen orientiert sich an der Aufeinanderfolge der bearbeiteten Zahlenräume. So beginnt die Reflexionsphase mit der Präsentation der Gruppe von Greta, Samira, Leon und Partner und würdigt insbesondere die Ergebnisse, die Greta und Samira im Zahlenraum bis 20 selbständig entwickelt und in der Mathematikkonferenz weiterentwickelt haben.</p>
------------------------------	--

Tabelle 6 Unterrichtsverlauf

5 Diagnostik und Förderplanung

5.1 Prozessbegleitende Diagnostik

Für eine adäquate Passung von Diagnose und Förderung ist es bedeutsam, nicht nur die mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schülern diagnostisch in den Blick zu nehmen, sondern die gesamte Persönlichkeitsentwicklung einschließlich der jeweiligen inter- und intrapersonalen Einflussfaktoren zu berücksichtigen (vgl. Käpnick 2016, S. 139). Zudem gilt zu beachten, dass sämtliche Einflussfaktoren ständigen Veränderungen unterliegen und Diagnostik damit als komplexer, stetiger Prozess zu verstehen ist. Es „bleibt daher nicht beim Erfassen des momentanen Entwicklungsstandes stehen, sondern sucht die Zone der nächsten Entwicklung“ (Braun & Schmischke 2008, S. 42). Prozessbegleitende Diagnostik ist somit ein fortlaufender Prozess, der davon ausgeht, dass jedes Kind Lernfortschritte machen und sich individuell z.B. im Tempo oder Inhalt entwickelt. Eine regelmäßige Überprüfung und Modifikation sind somit unabdingbar. Kein kindlicher Lösungsweg ist ohne kindlichen Sinn gemacht. Fehler helfen dabei, Lösungen aus der kindlichen Perspektive zu verstehen.

Um kindliche Lernprozesse zu verstehen, gibt es mehrere Möglichkeiten, diese aufzuzeigen. Wie in Abbildung 32 zu sehen, kann man Aufgabenstellungen dahingehend ergänzen, dass diese Platz lassen für Erläuterungen bzw. Lösungswegebeschreibungen.

Abbildung 44 Ausschnitt aus Abbildung 31

Wir erforschen reiche Zahlen

Finde möglichst viele reiche Zahlen im Zahlenraum bis 60.

Wie kann man geschickt vorgehen, damit die Suche nicht so lange dauert?



Des Weiteren spielt die systematische Beobachtung von Lernenden mithilfe von Beobachtungsbögen eine große Rolle bei der Lernprozessdiagnostik. Für einzelne Schülerinnen und Schüler werden zu prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen Beobachtungen notiert, so dass diese für die weitere Unterrichtsplanung oder für Gespräche genutzt werden können. Weitere Beispiele finden sich z.B. bei PIKAS (2010).

Abbildung 45 Beobachtungsbogen

Name	Fachbegriffe	Operationsverständnis	Motivation	Anstrengungsbereitschaft	Kooperation

Für eine prozessbezogene Beobachtung können folgende Fragen hilfreich sein (vgl. Braun & Schmischke 2008, S.45f).

- Wie bereitet sich der Lernende auf die Aufgabe vor?
- Wie beginnt sie/er?
- Was äußert sie/er während ihres/seines Tuns?
- Welche Hilfsmittel zieht sie/er heran?
- Welche Handlungsabfolgen erkenne ich als Lehrkraft?
- Was macht sie/er, wenn ich als Lehrkraft Hilfe gebe?
- Wie reagiert sie/er, wenn sie/er nicht weiterweiß?
- Lässt sie/er sich ablenken? Wodurch?
- Wie beendet sie/er ihre/seine Aufgabe?

Im Fach Mathematik bieten mittlerweile viele Verlage zu ihrem Lehrwerk Zusatzmaterial wie Vortests zur Überprüfung der Lernausgangslage, Auswertungsbögen zu diesen als auch Nachtests in Form von Lernzielkontrollen oder Klassenarbeiten an, um den individuellen Lernzuwachs nach Thematisierung im Unterricht aufzeigen zu können. Im Folgenden wird ein Beispiel zum Thema Teiler aufgezeigt.

Abbildung 46 Vortest zur Überprüfung der Lernausgangslage

Name: _____	<u>Vielfache, Primzahlen und Teiler</u>	Datum: _____						
Selbsteinschätzungen								
1. Kreise die Vielfachen der Zahl ein. <table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">6</div> 18 13 17 </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">5</div> 21 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">35</div> 44 10 </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> 24 11 7 42 </td> <td style="padding: 5px;"> 19 45 32 27 </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> 36 12 54 </td> <td style="padding: 5px;"> 3 15 20 </td> </tr> </table>		<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">6</div> 18 13 17	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">5</div> 21 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">35</div> 44 10	24 11 7 42	19 45 32 27	36 12 54	3 15 20	  
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">6</div> 18 13 17	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">5</div> 21 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-right: 10px;">35</div> 44 10							
24 11 7 42	19 45 32 27							
36 12 54	3 15 20							
2. Erkläre, was ein Vielfacher ist.		  						
3. Schreibe die Teiler der Zahlen auf. 32: _____ 12: _____		  						
4. Erkläre, was ein Teiler ist.		  						
5. Schreibe die Primzahlen bis 20 auf.		  						
6. Erkläre, was Primzahlen sind.		  						

Abbildung 47 Lernzielkontrolle

Name: _____	<u>Lernzielkontrolle:</u> <u>Vielfache Primzahlen und Teiler</u> <u>1. von 2 Seiten</u>	Datum: _____																								
Kreise die Vielfachen der Zahl ein.																										
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; text-align: center;">9</td> <td style="padding: 2px 5px;">18</td> <td style="padding: 2px 5px;">10</td> <td style="padding: 2px 5px;">28</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">27</td> <td style="padding: 2px 5px;">11</td> <td style="padding: 2px 5px;">37</td> <td style="padding: 2px 5px;">45</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">36</td> <td style="padding: 2px 5px;">78</td> <td colspan="2" style="padding: 2px 5px;">57</td> </tr> </table>	9	18	10	28	27	11	37	45	36	78	57		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">14</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px 5px; text-align: center;">38</td> <td style="padding: 2px 5px;">28</td> <td style="padding: 2px 5px;">96</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">24</td> <td style="padding: 2px 5px;">56</td> <td colspan="2" style="padding: 2px 5px;">62</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 5px;">84</td> <td style="padding: 2px 5px;">70</td> <td style="padding: 2px 5px;">112</td> <td style="padding: 2px 5px;">102</td> </tr> </table>	14	38	28	96	24	56	62		84	70	112	102	/10P.
9	18	10	28																							
27	11	37	45																							
36	78	57																								
14	38	28	96																							
24	56	62																								
84	70	112	102																							
Schreibe die Teiler der Zahlen auf.																										
56: _____																										
40: _____		/8P.																								
Schreibe hinter alle wahren Aussagen ein „wahr“ und hinter die falschen ein „falsch“:																										
a) 27 ist durch 3 und 9 teilbar.	_____																									
b) 18 ist Teiler von 6	_____																									
c) 16 ist kein Vielfaches von 2	_____																									
d) 35 ist Teiler von 105	_____																									
e) 105 lässt sich durch 5 und 10 ohne Rest teilen.	_____																									
f) 13 ist eine Primzahl	_____	/6P.																								
Zwischenpunkte		/24P.																								

Einige Verlage bieten zusätzlich auch Selbstbeurteilungen an, die die Schülerinnen und Schüler auszufüllen haben. So können in Feedbackgesprächen mit den Lernenden (und Eltern) Selbsteinschätzungen mit der Einschätzung der Lehrkräfte abgeglichen werden. Zudem kann jeweils der nächste zu vollziehendem Lernschritt aufgezeigt werden.

Sie dokumentieren außerdem die Lernausgangslage der Lernenden in dem jeweiligen Themenbereich. In Zusammenhang mit Beobachtungsergebnissen, lassen sich neben den inhaltlichen auch die prozessbezogenen Kompetenzen einer jeden Schülerin/eines jeden Schülers für den dargestellten Zeitpunkt individuell festhalten.

Abbildung 48 Selbsteinschätzungsbogen

	Greta	Lehrkraft
Ich kann Verdopplungsaufgaben lösen.	😊 😐 😞	😊 😐 😞
Ich kann Geschichten zu Aufgaben erfinden.	😊 😐 😞	😊 😐 😞
Ich habe die Aufgaben gerne bearbeitet.	😊 😐 😞	😊 😐 😞
...	😊 😐 😞	😊 😐 😞



Für zieldifferent Lernende bietet die Selbstreflexion darüber hinaus noch die Möglichkeit, den eigenen Lernprozess wahrzunehmen und wertzuschätzen, weil nicht mehr die einzige Vergleichsgrundlage die Klassennorm, sondern das eigene Fortkommen ist. Außerdem bietet es die Chance, die individuellen Zielsetzungen im zieldifferenten Lernen zu verdeutlichen.

Im schulischen Bereich lassen sich die produktorientierte Diagnostik, die vordergründig die Anzahl der korrekten Lösungen fokussiert, sowie die prozessorientierte Diagnostik, die die Lösungsprozesse in den Mittelpunkt stellt, unterscheiden. Während produktorientierte Tests oftmals für den Leistungsvergleich genutzt werden, zielen die prozessorientierten Verfahren auf eine Förderdiagnostik. D.h. die prozessorientierte Diagnostik stellt im Gemeinsamen Lernen einen besonderen Schwerpunkt dar.

Für das Verständnis einer inklusiven (Prozess-) Diagnostik sind die nachfolgend aufgeführten Grundsätze von zentraler Bedeutung:

- Mitentscheidend ist in diesem Zusammenhang die prozess- und stärkenorientierte Sicht auf das Kind. So beruht die inklusive Diagnostik auf dem Prinzip „Jedes Kind ist auf seiner Stufe kompetent“, individuelle Lernpotenziale, -fortschritte und -bedürfnisse werden diagnostiziert, d.h. es wird erkannt, auf welcher Stufe sich jedes einzelne Kind derzeit befindet, welche Zone der jeweils nächsten Entwicklung folgt und welches pädagogische Angebot zu diesem Zeitpunkt passt (vgl. Prengel 2015, S. 6).
- Grundvoraussetzung für das Gelingen einer inklusiven prozessbezogenen Diagnostik ist eine enge kollegiale Zusammenarbeit aller am Lernprozess beteiligten Fachkräfte

und damit einhergehend das gewinnbringende Nutzen der jeweiligen speziellen Expertisen.

- Ein weiterer wesentlicher Bestandteil der förderorientierten Diagnostik ist der Erwerb der Lernkompetenz. Die Schülerinnen und Schüler lernen zunehmend über ihren eigenen Lernprozess nachzudenken, ihn zu bewerten und mitzugestalten (vgl. Sundermann & Selter 2006 a, S. 43).
- Eng vernetzt mit dem Aspekt der Steuerung des eignen Lernprozesses ist eine für Kinder (und Eltern) transparente *Leistungsbewertung* basierend auf einem mehrperspektivischen Leistungsbegriff, „der auf Anerkennung der Menschenwürde und der individuellen Lernentwicklung jedes Kindes beruht und erst auf dieser Basis die Stärken und Schwächen, die beim Leistungsvergleich mit anderen sichtbar werden, in den Blick nimmt“ (Prengel 2015 S. 7).

Hilfreich für einen guten (inklusive) Unterricht sind folgende Möglichkeiten der Diagnose:

- diagnostische Aufgaben: zum Beispiel ergiebige und/ oder differenzierte Aufgaben, die zu diversen Entdeckungen führen und auf verschiedenen Wegen gelöst werden können,
- Beobachtungen (zum Beispiel unter folgenden Fragestellungen: Wie zügig sind Aufgaben gelöst worden? Wurden Hilfen benötigt?) und
- Diagnosegespräche (zum Beispiel reflektierende Fehleranalyse oder Gespräche zu Entdeckungen).

Ziele sind die Erfassung von individuellen (sonderpädagogischen) Lernvoraussetzungen, der mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten und somit eine optimale Passung des Unterrichts an die individuellen Bedarfe der Schülerinnen und Schüler.

Im Rahmen der individuellen Kompetenzentwicklung müssen Lernende unterstützt werden, ihre Lernprozesse einzuschätzen und Mitverantwortung für ihre Lernprozesse zu übernehmen (vgl. MSW 2015 b, S. 22). Zur Realisierung dieser Forderung bieten sich als Instrumente einer prozessorientierten Diagnostik im Kontext des selbstgesteuerten Lernens zum Beispiel das Portfolio, das Lerntagegebuch oder die Checkliste an. Von großer Bedeutung ist in diesem Zusammenhang auch, dass die Selbsteinschätzung aus einer kompetenzorientierten Perspektive vorgenommen wird. Formulierungshilfen wie zum Beispiel ‚Das kann ich schon‘ oder ‚Daran arbeite ich‘ können hier unterstützend genutzt werden. Dabei variiert die Dokumentationsform der Selbstreflexion von vorgefertigten Ankreuztabellen bis hin zu weißem Papier für Eigenproduktionen und ist stets in Abhängigkeit mit dem ausgewählten Reflexionsmedium zu sehen. Des Weiteren sollte den Lernenden in bestimmten zeitlichen Abständen genügend Raum für die Selbstreflexion gegeben werden, um einen kontinuierlichen Entwicklungsprozess zu gewährleisten.

Prozessbezogene Kompetenzen								
<i>Kommunizieren/ Argumentieren:</i> Mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln								
<i>Kommunizieren/ Argumentieren:</i> Mathematische Fachbegriffe (Teiler, teilbar, Teilbarkeit, Quersumme, Vielfaches, Primzahl) sachgerecht verwenden								
<i>Problemlösen:</i> Systematisch und zielorientiert bei der Bewältigung einer Problemstellung vorgehen, dabei Einsichten in Zusammenhänge nutzen								
<i>Problemlösen:</i> Strategien zum Lösen von Aufgaben entwickeln								
<i>Darstellen:</i> Eine Darstellungsform in eine andere übertragen								
<i>Darstellen:</i> Für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln und nutzen								

Tabelle 7 Bestimmung der Lernausgangslage

5.3 Förderplanung

„Der individuelle sonderpädagogische Förderplan ist [...] ein zentrales Instrument der Qualitätssicherung sonderpädagogischer Förderung [...]“ (Bezirksregierung Münster, 2015)³. Er dient als Arbeitsplan für alle beteiligten Lehrkräfte und ist als Entwicklungsplan für die jeweilige Schülerin oder für den Schüler zu sehen. Im Förderplan werden getroffene Absprachen und Entscheidungen schriftlich zur konkreten Umsetzung der individuellen Förderziele festgehalten, ebenso wie die Maßnahmen und organisatorischen Aspekte. Die äußere Form eines Förderplans ist nicht festgelegt. Der Zeitpunkt der Evaluation kann je nach Erfordernis variieren, ebenso wie die Anzahl der Förderziele.

Die Förderziele entsprechen den individuellen Bedarfen und müssen im Entwicklungsbereich und im Fach angesiedelt sein. Die Schülerinnen und Schüler sind an der Planung und Evaluation beteiligt. Die Ziele des Förderplans sollen konkret, im geplanten Zeitraum erreichbar und überprüfbar formuliert sein und gewinnbringend im Unterricht flexibel umgesetzt werden. In diesem Zusammenhang ist auf die SMART-Zielformulierung (**s**pezifisch,

³ Anmerkung: Der (sonderpädagogische) individuelle Förderplan oder auch Lern- und Entwicklungsplan ist abzugrenzen von *Förderempfehlungen*, die bei zielgleich beschulten Schülerinnen und Schülern bei fachlichen Defiziten zum Ende des ersten Schulhalbjahres zu erstellen ist. (vgl. §50 (3) SchulG NRW)

messbar, attraktiv, realistisch und transparent) zu verweisen. Sowohl die Darstellung der individuellen Ressourcen als auch die möglichst konkrete Beschreibung des Ist-Zustandes ermöglichen eine ganzheitliche Sichtweise auf die Lernenden. Die Erstellung des Förderplans ist eine gemeinsame Aufgabe aller Lehrkräfte einer Klasse. Der Förderplan soll für alle am Erziehungsprozess beteiligten Personen zugänglich sein. Eine Unterschrift aller Beteiligten erklärt den Willen zur Umsetzung.

Die Glückauf-Schule, LWL Förderschule Hören und Kommunikation, in Gelsenkirchen hat beispielhaft Auszüge aus ihren im Kollegium vereinbarten Dokumenten zur Förderplanung zur Verfügung gestellt (Abbildung 49, Abbildung 50, Abbildung 51). Dieser Bogen dient als Übersicht, was in welchem Halbjahr Schwerpunkt der Förderung war bzw. sein wird.

Jede Schule entwickelt einen eigenen individuellen Förderplan, einen vorgeschriebenen Standardplan gibt es nicht.

Abbildung 51 Individueller Förderplan (vgl. Glückauf-Schule)

Mathematik													
Lehrwerk:													
Prozess- bezogene Kompetenz	Modellieren (reales Problem → math. Problem)												
	Problemlösen (Lösungswege)												
	Argumentieren												
	Kommunizieren												
	Werkzeuge nutzen												
Inhaltsbezogene Kompetenzen	Arithmetik/ Algebra												
	Zahlen darstellen												
	Rationale Zahlen												
	Teiler/ Vielfache												
	Prozente												
	Brüche												
	Dezimalzahlen												
	Größen umwandeln und berechnen												
	Schätzen												
	Terme und Gleichungen												
	Geometrie												
	Grundbegriffe												
	Winkel												
	Umfang												
	Flächeninhalt												
	Oberfläche												
	Volumen												
	Funktionen												
	Diagramme etc.												
	Dreisatz												
	Prozentrechnung												
	Stochastik												
Zufallsexperimente													
Daten erheben													
Daten darstellen													
Mittel bestimmen													

Beispielhaft ist der Förderplan der Schülerin Greta (Schülerin aus Kapitel 4) dokumentiert (Abbildung 52). Eine mögliche andere Darstellung ist in Abbildung 54 zu finden.

Abbildung 52 Förderplan Greta

Arbeitsverhalten	Kognition		Wahrnehmung		Kommunikation	Motorik
	Emotional- Sozialverhalten	Deutsch	Mathematik	Englisch		
Förderbereich	Ist-Zustand	Ziel	Angebote	Zeitraum	Evaluation	
Arithmetische Inhalte Mathematik: Rechnen im Zahlenraum bis 100	Greta ermittelt Ergebnisse bei der Addition mit Zehnerübergang im Zahlenraum bis 100 vereinzelt noch zählend mit einer Registrierung der Zählstritte an den Fingern. Die Einmaleinsreihe der 2, 4 und 5 sowie die Kernaufgaben der übrigen Reihen können noch nicht sicher angewendet werden. Die Division als Umkehrung der Multiplikation ist noch nicht gefestigt. Teilbarkeitsregeln sowie Prim- und Quadratzahlen sind nicht bekannt. Mathematisches Kommunizieren in gesicherten Bereichen fällt ihr leicht.	Sicherung des schrittweisen Rechnens bei Aufgaben mit Zehnerüberschreitung im Zahlenraum bis 100. Automatisierung des 1x1. Festigung der Division im Kontext der Multiplikation. Kennenlernen der Begriffe Prim- und Quadratzahlen.	Strukturiertes Material (Rechenrahmen) Unterschiedliche Repräsentationsebenen nutzen Festigung des 1x1 ausgehend von den bekannten Reihen. Kurze und stete Wiederholungsphasen Die Bedeutung der Division konkret veranschaulichen Differenzierte Angebote, die Erfolg ermöglichen und/oder kooperative Lernformen. Neue Begriffe im Wortspeicher visualisieren und Erklärungen dazu anbieten.	Februar- Mai 2018		
Erfassendes Denken/ Kognition	Greta gibt gespeicherte Inhalte gerne preis. Sie zeigt sich motivationsarm gegenüber neuen Inhalten. Ihr Lernzuwachs fällt gering aus.	Fähigkeitenkonzept entwickeln	Erfolgserlebnisse, Zuspruch Neue Inhalte mit bekannten Inhalten verknüpfen und/oder Sinn des Gelernten vermitteln Alltagsbezug	Februar- Sommerferien 2018		

Im Rahmen der Förderplanung ist es wichtig, dass diese nicht nur in der Erstellung, sondern auch in der Durchführung und Evaluation allen transparent gemacht wird.

Während des Durchführungszeitraums kann der Förderplan dadurch transparent gemacht werden, indem er im Klassenraum offen hängt, den Lernenden in einer Mappe vorliegt bzw. auf dem Tisch stetig einsehbar geklebt wird. Die Glückauf-Schule, LWL-Förderschule Hören und Kommunikation in Gelsenkirchen nutzt im Unterricht folgende Darstellungsformen:

Abbildung 53 „Tischförderplan“

Name	
Ziel	
	

Abbildung 54 Täglicher Reflexionsplan

Name			
Meine Ziele			
Datum	 <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="2"/> <input type="text" value="3"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="6"/>	Datum	 <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="2"/> <input type="text" value="3"/> <input type="text" value="4"/> <input type="text" value="5"/> <input type="text" value="6"/>
			
			
			
			
			
			
			
Bemerkungen			
Unterschrift Schüler/in	Unterschrift Lehrkraft	Unterschrift Eltern	

Sinnvoll und notwendig ist in diesem Zusammenhang vor allem eine Reflexion des Förderplans mit dem Lernenden selber. Dazu kann die Lehrkraft das offene Gespräch suchen und/ oder auch Reflexionsbögen wie die folgenden, auf drei Sprachniveaus

differenziert, nutzen, die auch von der Glückauf-Schule, LWL-Förderschule Hören und Kommunikation in Gelsenkirchen zur Verfügung gestellt wurden.

Abbildung 55 Reflexion des Förderziels

Reflexion des Förderziels

Name: _____

Klasse: _____

Schuljahr: _____

Datum: _____

Das war mein Ziel (Stichpunkte):

Ich habe mein Ziel geschafft:

- Ja
- Meistens
- Manchmal
- Nein

Was hätte ich besser/ anders machen können?

Mein nächstes Ziel ist:

Was/Wer kann mir helfen, dass ich mein Ziel schaffe?

Abbildung 56 Mein Förderziel (sprachlich vereinfacht)

Mein Förderziel

Name: _____

Klasse: _____

Schuljahr: _____

Datum: _____

Mein Ziel war:

Ich habe mein Ziel geschafft:

- Ja
- Meistens
- Manchmal
- Nein

Was kann ich besser machen?

Mein neues Ziel ist:

Wer hilft mir? Was hilft mir?

Abbildung 57 Mein Förderziel (sprachlich vereinfacht und mit Piktogrammen versehen)

 **Mein Förderziel** 

Name: _____

Klasse: _____

Schuljahr: _____

Datum: _____

 ? Mein Ziel war:

  Ich habe mein Ziel geschafft:

Ja 

Meistens 

Manchmal 

Nein 

 Was kann ich besser machen?

 ? Mein neues Ziel ist:

 Wer hilft mir? Was hilft mir?

5.4 Entwicklungsbereiche

Für das schulische Lernen sind folgende Entwicklungsbereiche grundlegend und eng miteinander verknüpft:

- Lern- und Arbeitsverhalten
- Kognition
- Kommunikation und Sprache
- Wahrnehmung
- Motorik
- Emotionales und soziales Handeln.

Beeinträchtigungen in einem Entwicklungsbereich gehen häufig mit weiteren Entwicklungsrückständen einher, was das Lernen allgemein, das Lernen in der Schule und somit auch in dem Fach Mathematik erschweren kann.

Im Folgenden werden die Entwicklungsbereiche als Ausgangspunkte für eine Diagnostik vorgestellt, exemplarisch die Auswirkungen auf das Fach Mathematik dargestellt und konkrete Handlungsschritte und Fördermöglichkeiten abgeleitet. Pro Entwicklungsbereich werden nachfolgend jeweils zwei Förderbedarfe exemplarisch benannt, die in der Tabelle jeweils in der Spalte „Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich“ zu finden sind.

Lern- und Arbeitsverhalten

Dieser Entwicklungsbereich wird u.a. charakterisiert durch Leistungsbereitschaft, Selbstständigkeit, Kooperationsfähigkeit, Frustrationstoleranz und Arbeitsplatzgestaltung. Diese Förderzielschwerpunkte sind von elementarer Bedeutung für das schulische Lernen, wobei die Entwicklung der Lernkompetenz und ein angemessenes Unterrichtsarrangement, die den Ausbau dieser Fähigkeiten beeinflussen können, im Vordergrund stehen.

Tabelle 8 Entwicklungsbereich Lern- und Arbeitsverhalten

Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich	Schwierigkeiten in Mathematik	Konsequenzen für das Fach
Beeinträchtigung der Leistungsbereitschaft	Mathematische Inhalte (oft aus dem arithmetischen Bereich) werden als nicht motivierend oder als zu schwierig erlebt: $20 + _ = 28$	<ul style="list-style-type: none"> • Einbindung der Inhalte in einen für die Lernenden relevanten Kontext z.B. Taschengeld • Projektunterricht • Handlungsorientierung und Bewegung • Differenzierung und Spiele anbieten • Entdeckungen ermöglichen • Lernerfolge ermöglichen und sichtbar machen durch das Einsetzen von Aufgaben und Formaten, die leistbare Herausforderungen beinhalten
Beeinträchtigung der Selbstständigkeit	Selbstständige Erarbeitung und / oder Korrektur von mathematischen Aufgaben fällt schwer	<ul style="list-style-type: none"> • Schrittweise Hinführung an offene und kooperative Lernformen • Selbstkontrolle ermöglichen • Reflexion der eigenen Vorgehensweise • Sinnhaftigkeit thematisieren

Kognition

„Kognition beschreibt die Fähigkeit des Menschen, sich in seiner Umwelt zu orientieren und sich ihr anzupassen. [...] Mit dem Begriff Kognition werden solche Prozesse und Produkte

bezeichnet, die auf der Grundlage der Leistungsfähigkeit des Gehirns auf überwiegend intellektuelle, verstandesmäßige Wahrnehmungen und Erkenntnisse bezogen sind.“ (Bezirksregierung Münster 2015, S. 36). Auch dieser Entwicklungsbereich ist verzahnt mit der Gesamtpersönlichkeit und den anderen Entwicklungsbereichen. Er setzt sich aus vielfältigen kognitiven Fähigkeiten zusammen, u.a. aus Gedächtnis, Merkfähigkeit, Aufmerksamkeit, Lernfähigkeit und Begriffsbildung. Weitere kognitive Fähigkeiten sowie deren Bedeutung sind ebenfalls der oben genannten Handreichung zu entnehmen. Eine ausführliche Darstellung förderdiagnostischer Kriterien, insbesondere für den zuvor genannten Entwicklungsbereich Lern- und Arbeitsverhalten sowie Kognition ist bei Matthes zu finden (vgl. Matthes 2009). Im Fach Mathematik kann es beim Förderbedarf in dem Entwicklungsbereich Kognition mitunter zu folgenden Schwierigkeiten kommen:

Tabelle 9 Entwicklungsbereich Kognition

Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich	Schwierigkeiten in Mathematik	Konsequenzen für das Fach
Beeinträchtigung der Merkfähigkeit	Behandelte Inhalte können im Zuge des Spiralcurriculums nicht immer abgerufen werden: 2+8 20+80	<ul style="list-style-type: none"> • Notizzettel, Merkhefte etc. anlegen lassen und den Umgang damit anbahnen • Nachschlagen zulassen und üben • EIS-Prinzip anwenden • Anschauungsmittel sind auch Lerngegenstände, deshalb ggf. wiederkehrendes Material verwenden • Wiederholungsphasen einplanen
Beeinträchtigung bei der Begriffsbildung	Fachbegriffe wie Division, Primzahlen, Bruchzahlen können nicht mit Inhalt gefüllt werden	<ul style="list-style-type: none"> • Wortspeicher anlegen • Fachbegriffe als Vokabeln lernen und in einen Alltagszusammenhang bringen • Satzbausteine vorgeben

Aufgrund der großen Bedeutung dieses Bereiches für das schulische Lernen werden nachfolgend weitere Auswirkungen auf das Fach beschrieben:

- Mengen-, Zahl- und/oder Größenvorstellungen sind eingeschränkt
- Flexibilität im Denken sowie die Transferleistung sind gering
- Operationsverständnis ist gemindert
- Denken auf der symbolischen Ebene ist erschwert und an Anschauung und Handlung gebunden
- Problemlösungsprozesse sowie die Vorstellungsfähigkeit sind gemindert
- geringe Aufmerksamkeitsdauer und schwankende Konzentration
- unvollständiges Erfassen von Arbeitsaufträgen.



Das Wissen über diese möglichen Beeinträchtigungen ist wichtig für die Planung eines guten, inklusiven (Mathematik-) Unterrichts. So müssen als Konsequenz u.a.

methodische Entscheidungen wie

- eine Visualisierung
- ein Wortspeicher
- Tippkarten
- heterogene oder homogene Lerngruppen
- unterschiedliche Repräsentationsebenen
- unterschiedliche Aneignungswege und

fachspezifische Entscheidungen wie

- qualitativ und/oder quantitativ reduzierte Aufgabenstellungen
- leichte Sprache
- Differenzierungen bei den Hausaufgaben und/oder Tests

getroffen werden.

Kommunikation und Sprache

Durch die Sprache bauen Lernende tragfähige Vorstellungen zu mathematischen Begriffen, Zusammenhängen und Verfahren auf. Sprache ist demnach ein Lernmedium aber auch ein Lerngegenstand, da Sprachhandlungen wie Erklären, Erläutern, Beschreiben erlernt und angewendet werden müssen. Die sprachlichen Lernvoraussetzungen sind entscheidend für den Kompetenzerwerb im Mathematikunterricht.

Auch nonverbale, kommunikative Elemente wie Gestik, Mimik oder Körperhaltung können neben den verbalen Kommunikationsmerkmalen wie Gesprächsbereitschaft oder Sprechen in Lernsituationen eingeschränkt sein.



Die Störungen im Entwicklungsbereich Kommunikation und Sprache können vielfältige Auswirkungen auf das Fach Mathematik haben:

- eingeschränkte Fähigkeit zum Mathematisieren (wenn..., dann...)
- erschwerte Seriationsleistung (Zahlenfolgen)
- Schwierigkeiten bei Rechengeschichten
- Schwierigkeiten bei ähnlich klingenden Zahlbegriffen
- erschwerte Raumorientierung (größer, kleiner)
- Beeinträchtigung der mündlichen Kommunikationsfähigkeit (prozessbezogene Kompetenzen)
- erschwerter Aufbau des Fachwortschatzes
- eingeschränkte Nutzung des Fachwortschatzes
- ...

Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich	Schwierigkeiten in Mathematik	Konsequenzen für das Fach
Beeinträchtigung des Wortschatzes	Bearbeiten von Textaufgaben fällt schwer (modellieren)	<ul style="list-style-type: none"> • Sprachensible Unterstützungsangebote • Nachspielen des Inhaltes • wichtige und/oder unbekannte Stellen im Text markieren • visualisieren
Beeinträchtigung der Gesprächsbereitschaft	Beeinträchtigung der prozessbezogenen Kompetenzen: Arbeitsergebnisse im Klassenverband vorstellen	<ul style="list-style-type: none"> • Rollenklärung und -beschreibung bei kooperativen Lernformen • Präsentation in Kleingruppen • materialgestützte Kommunikation

Tabelle 10 Entwicklungsbereich Kommunikation und Sprache

Wahrnehmung

Wahrnehmung wird definiert „... als die Fähigkeit, Reize zu erkennen, zu unterscheiden und sie durch Assoziationen mit früheren Erfahrungen zu interpretieren.“ (Bezirksregierung Münster (2015), S. 56). „Die sinnliche Wahrnehmung aktiviert Denkprozesse, da die Eindrücke erfasst, geordnet und mit dem bisherigen Wissen verknüpft werden“ (Zimmer 2005, S. 82). Die Wahrnehmung setzt sich aus den folgenden 7 Bereichen zusammen:

- visuelle (sehen),
- auditive (hören),
- taktile (Oberflächenwahrnehmung über die Haut/fühlen)
- vestibuläre (Gleichgewichtssinn)
- kinästhetische/propriozeptive (Kraft-, Lage-, Bewegungssinn)
- olfaktorische (riechen) und
- gustatorische (schmecken) Wahrnehmung.

Alle Sinne sind eng miteinander verknüpft und führen im Rahmen einer gelungenen sensorischen Integration dazu, dass wichtige Botschaften erkannt und entsprechende Reaktionen gezeigt werden können (vgl. Ayres 2013). Die Beeinträchtigungen in diesem Bereich können im Fach Mathematik folgende Schwierigkeiten hervorrufen:

Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich	Schwierigkeiten in Mathematik	Konsequenzen für das Fach
Beeinträchtigung der auditiven Merkfähigkeit	Die gesprochenen Ziffern werden nicht erkannt	<ul style="list-style-type: none"> • die Ziffern werden visualisiert • mit Stützbildern und Reimen verknüpft • in weiteren Sinnesbereichen angeboten z.B. fühlen
Beeinträchtigung der visuellen Wahrnehmung	Die verschiedenen Vierecke (Haus der Vierecke) können nicht auseinander gehalten werden	<ul style="list-style-type: none"> • Vergrößerung der geometrischen Formen • farbliche Markierung der Besonderheiten • begriffliche Unterstützung • evtl. eine Brille

Tabelle 11 Entwicklungsbereich Wahrnehmung

Motorik

Der Entwicklungsbereich Motorik umfasst die grob- und feinmotorische Entwicklung eines Kindes, die Bewegungsabläufe des Körpers in seiner Gesamtbewegung (z.B. das Gehen, Springen oder Kopfheben) und/oder die Koordinationsabläufe der Hand, der Finger, des Fußes, aber auch des Gesichts. Die Körperwahrnehmung, das Gleichgewicht und die Muskelspannung spielen in diesem Bereich ebenso eine zentrale Rolle wie graphomotorische Fähigkeiten, die für das Erlernen des Schreibens zuständig sind. Entwicklungsrückstände in diesem Bereich können im Fach Mathematik folgende Auswirkungen haben:

Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich	Schwierigkeiten in Mathematik	Konsequenzen für das Fach
Beeinträchtigung der Körperwahrnehmung	Die Rechts-, Linksorientierung ist erschwert und/oder die Raumorientierung. Dies hat z.B. Auswirkungen auf geometrische Inhalte oder die Arbeit mit dem Zahlenstrahl.	<ul style="list-style-type: none"> • Visualisierung am Plakat und an der Hand • konkrete Handlung • Berühren der entsprechenden Körperhälfte/Hand mit sprachlicher Begleitung • fächerübergreifendes Arbeiten (Sport) • Bewegungspausen • Lernspiele
Einschränkung der Graphomotorik	Das Einhalten des stellenwertgerechten Schreibens bei schriftlichen Rechenverfahren fällt schwer; der Umgang mit Lineal, Zirkel etc. ist erschwert (prozessbezogene Kompetenz)	<ul style="list-style-type: none"> • vergrößerte Lineatur • vorgegebene Aufgaben • Hilfslinien • reduzierte Anforderungen • digitale Hilfen • Computerprogramme

Tabelle 12 Entwicklungsbereich Motorik

Emotionales und soziales Handeln

Ein unauffälliges Sozialverhalten, aber auch eine ausgewogene Emotionalität sind förderliche Elemente beim Lernprozess. Sie werden u.a. durch folgende Teilkompetenzen charakterisiert: Kooperationsbereitschaft, Nähe- und Distanzverhalten, Regelakzeptanz, Gefühlsfähigkeit, Antrieb und Selbstwertgefühl. Beeinträchtigungen einzelner Kompetenzen erschweren nicht nur das schulische Lernen, sie können z.T. die Persönlichkeitsentwicklung negativ beeinflussen. Im Fach Mathematik kann es u.a. zu folgenden Auffälligkeiten kommen.

Auffälligkeiten im Entwicklungsbereich	Schwierigkeiten in Mathematik	Konsequenzen für das Fach
Beeinträchtigung der Kooperationsbereitschaft	erschwerter Bearbeitung von mathematischen Aufgaben in Partner- oder Gruppenarbeit, Beeinträchtigung bei prozessbezogenen Kompetenzen	<ul style="list-style-type: none"> • Kleinschrittige Anbahnung der kooperativen Lernformen • zunächst bevorzugter Partner (Herzpartner)
Beeinträchtigung des Selbstwertgefühls	mathematische Aufgaben werden sich nicht zugetraut, als Konsequenz zeigen sich Unterrichtsstörungen, um davon abzulenken	<ul style="list-style-type: none"> • Erfolgserlebnisse durch Vereinfachung • Differenzierung bei inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen • Feedback

Tabelle 13 Entwicklungsbereich Emotionales und soziales Handeln

5.5 Förderschwerpunkt Lernen versus Rechenschwäche

Rechenschwäche / Dyskalkulie

Eine Rechenschwäche bezieht sich auf den Prozess der Aneignung mathematischer Inhalte und besteht, wenn „[...] besondere Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens vorliegen“ (Schipper 2001, S.137).

„Rechenschwäche ist [...] auf der Ebene des kindlichen Denkens ein klar beschreibbarer Zusammenhang von Fehlvorstellungen, fehlerhaften Denkweisen und letztlich nicht zielführenden Lösungsmustern zu den „einfachsten“ mathematischen Grundlagen“ (Gaidoschik, 2003, S.13).

Es gibt kein einheitliches Erscheinungsbild einer Rechenschwäche. Die Ausprägungen sind individuell so unterschiedlich wie die rechenschwachen Kinder und Jugendlichen selbst. Bei aller Verschiedenheit sind übereinstimmende fachbezogene Symptome wie verfestigendes zählendes Rechnen, eine Links-/Rechts-Schwäche und damit verbunden Zahlendreher, inverse Schreibweise (von rechts nach links) und eine Stellenwertproblematik, außerdem Intermodalitätsprobleme und einseitige Zahl- und Operationsvorstellungen zu beobachten.

Schülerinnen und Schüler mit einer Rechenschwäche können in folgenden Punkten von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt Lernen unterschieden werden:

- Sie haben keine Lernschwierigkeiten in den anderen Unterrichtsfächern.
- Das Lernverhalten ist nicht problematisch.
- Die Schülerinnen und Schüler verfügen über eine positive Leistungsbereitschaft, Selbstständigkeit, Kooperationsfähigkeit, Frustrationstoleranz und Arbeitsplatzgestaltung.

Es zeigt sich außerdem, dass Schülerinnen und Schüler mit einer Rechenschwäche eher selten Probleme bei der Aufgabenstellung bzw. mit Aufgaben aus der höheren Mathematik haben, sondern bei der Ausführung der Grundrechenarten.

Zahlreiche Wissenschaftler haben sich mit der Thematik der Rechenschwäche beschäftigt. Es gibt eine Fülle an Literatur, so dass dort weitergehenden Hinweisen bei einer vermuteten Rechenschwäche nachgegangen werden kann.

Abschließend wird noch einmal auf die Basiskompetenzen im Fach Mathematik hingewiesen, da es zu Fehleinschätzungen der Lehrkräfte und zu enormen Schwierigkeiten im Kompetenzaufbau in der Sekundarstufe I bei den Lernenden führen kann, wenn die notwendigen Voraussetzungen nicht gegeben sind.



Basiskompetenzen

Im Fach Mathematik spricht man in unterschiedlichen Kontexten von Basiskompetenzen.

Mit den Basiskompetenzen der Primarstufe sind in erster Linie elementare arithmetische Fähigkeiten gemeint, wie

- der Aufbau von Zahlvorstellungen, die eine Menge darstellen und einer vorgegebenen Reihenfolge folgen
- die Zahlzerlegungen basierend auf dem Teile-Ganzes-Konzept der Zahlen und deren Automatisierung

- die Erkenntnis, dass sich Beziehungen zwischen Mengen und Zahlen darstellen lassen
- eine tragfähige Operationsvorstellung
- das Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems
- flexibles Zahlenrechnen im Bereich der Grundrechenarten.

Dieses Basiswissen ist eine notwendige Voraussetzung zum Erlernen weiterer mathematischer Inhalte. Fehlerhaftes mathematisches Verständnis in der Sekundarstufe geht überwiegend auf ein lückenhaftes, nicht verinnerlichtes Wissen der Grundschulhalte zurück (vgl. Moser Opitz 2007).

Von Basiskompetenzen wird auch am Ende der allgemeinen Schulpflicht gesprochen, wenn mathematische Fähigkeiten für den Alltag und für den Berufseinstieg gemeint sind, wie z.B.

- die Anwendung der oben beschriebenen Kompetenzen in erweiterten Zahlenräumen und bei Sachaufgaben und
- das Beherrschen von unterschiedlichen Schreibweisen wie die Dezimal-, Bruch- oder Prozentschreibweise.

Konkretisierungen hierzu sind der Handreichung „Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht“ von Chr. Drüke-Noe und G. Möller (2011) zu entnehmen.

5.6 Aspekte der Leistungsbewertung

Bei der Leistungsbewertung einer heterogenen Lerngruppe, wie sie im Rahmen des Gemeinsamen Lernens immer mehr zur Regel wird, sind nicht nur Schülerergebnisse in den Fokus zu nehmen. Neben schriftlichen und mündlichen Fachbeiträgen muss auch die Anstrengungsbereitschaft einer jeden Schülerin/eines jeden Schülers individuell betrachtet werden.

Für die Bewertung von Klassenarbeiten gilt, dass bei der Punktevergabe auch Teillösungen bzw. nachvollziehbare alternative Lösungswege berücksichtigt werden. Die Form der Darstellung kann mit in die Bewertung einfließen. Klassenarbeiten können mit Hilfe des Nachteilsausgleich je nach Schülerin und Schüler unterschiedlich (s. Nachteilsausgleich - Kapitel 5.7) gestellt und bewertet werden, somit kann die Klassenarbeit von der regulären Klassenarbeit in der Menge der Aufgaben, der sprachlichen oder symbolischen Komplexität, der Bereitstellung der Hilfsmittel oder der Darstellungsform abweichen.

Zu den sonstigen Leistungen im Fach Mathematik zählen die mündliche Mitarbeit, kurze schriftliche Übungen, Partner- und Gruppenarbeiten, Präsentationen, Heftführung und die individuellen Dokumentationen (z.B. Regelheft, Forschungsheft). Diese Auflistung zeigt, wie differenziert Bewertung stattfinden kann. Es sollte bei jeder Schülerin/jedem Schüler auf individuelle Stärken und Schwächen geschaut werden und dementsprechend eine Leistungsüberprüfungsform gewählt werden. Schüler, die z.B. aufgrund einer Lese-Rechtschreibschwäche Schwierigkeiten in der Verschriftlichung der Lösungswege haben, können diese auf einem jeweils anderen Weg darstellen.

Auch der Bereich der mündlichen Mitarbeit kann auf verschiedene Art und Weisen bewertet werden. Im Fach Mathematik gelten folgende Kriterien, um die fachlichen Anforderungen der Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans zu überprüfen: Erarbeitung, Wiedergabe, Zusammenfassen, Transfer, Einordnung, Vermutungen aufstellen und argumentieren, Finden von Regeln, Gesetzen und deren Formulierungen, Finden von Beispielen, Konstruktionsbeispiele, Gebrauch der Fachsprache, Planaufstellung, logische Schlüsse ziehen oder der Umgang mit mathematischen Werkzeugen.

Wichtig ist, dass zu Beginn eines Schuljahres bei den Schülerinnen und Schülern, die aufgrund einer oder mehrerer Auffälligkeiten in den Entwicklungsbereichen Probleme haben werden, diese Anforderungen zu erfüllen, konkrete Formen des Nachteilsausgleichs besprochen und dokumentiert werden.

Rechtlich ist es noch wichtig zu beachten, dass Schülerinnen und Schüler, die nicht zielgleich unterrichtet werden, sondern im Bildungsgang Lernen oder Geistige Entwicklung beschult werden, keine Notenzeugnisse bekommen. Sie werden beschreibend bewertet, wobei der Fokus auf die individuellen Lernfortschritte der einzelnen Schülerin/des einzelnen Schülers gelegt werden soll. Beschreibende Textzeugnisse sind immer ressourcenorientiert und wertschätzende beschreibende Beurteilungen. Weitere wichtige Hinweise zur Notengebung im Bildungsgang Lernen finden sich in der AO-SF. Lernberichte im Bildungsgang Geistige Entwicklung werden zudem nur jährlich erstellt und nicht wie reguläre Zeugnisse halbjährlich, um der Schülerin/dem Schüler mehr Entwicklungszeit zu geben.



Ein Beispiel für die Grundlage einer beschreibenden Beurteilung zur schriftlichen Division mit Rest:

1. Löse die folgende Divisionsaufgabe schriftlich:
456: 21 =
2. Schreibe deinem Freund eine E-Mail, in der du anhand der Beispielaufgabe genau beschreibst, wie du vorgegangen bist.

Hier lassen sich nicht nur das Verfahren der schriftlichen Division diagnostizieren, sondern auch mathematikspezifische und überfachliche Aspekte wie z.B. kommunikative Kompetenzen.



In inklusiven Settings stellt die Leistungsmessung sowohl für die Lehrperson als auch für die Schülerschaft eine Herausforderung dar. Wie die Leistungsmessung konkret und rechtlich im Gemeinsamen Lernen aussieht, ist dem Inklusionsordner der Bezirksregierung Münster (2017) zu entnehmen. An dieser Stelle sollen einige wichtige Grundsätze in der Leistungsbeurteilung von zielgleich und zieldifferent beschulten Schülerinnen und Schülern verdeutlicht werden:

Es gilt zunächst, diese Diskrepanz hinsichtlich der Leistungsbeurteilung aufgrund der individuellen Entwicklungsbedarfe von allen am Unterrichtsgeschehen Beteiligten und den Eltern anzunehmen und zu akzeptieren. Gleichzeitig muss eine möglichst objektive Leistungsmessung im Sinne von Zentralarbeiten für alle Schülerinnen und Schüler der Schulen und z.T. für die zielgleich beschulten Kinder mit Unterstützungsbedarf gewährleistet sein. Gezielte mathematische Abfragen verschaffen der Lehrkraft für diese Schülerschaft einen Überblick über ihre Leistungen im Vergleich zu anderen Mitschülerinnen und -schülern und können als diagnostisches Mittel für die weitere Gestaltung des Unterrichts genutzt werden. Schülerinnen und Schüler, die nicht zielgleich beschult werden, also dem Förderschwerpunkt Lernen beziehungsweise Geistige Entwicklung zuzuordnen sind, erhalten in der Regel keine Noten, ihr Zeugnis besteht aus einem Fließtext und bezieht sich auf den individuellen Lernfortschritt. Schülerinnen und Schüler mit einem (ausgewiesenen) sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf in den Förderschwerpunkten Emotionale und soziale Entwicklung und sprachliche Entwicklung, die eine zielgleiche Beschulung erhalten, können mit einem Nachteilsausgleich (vgl. www.schulministerium.nrw.de und Kapitel 5.7) unterstützt werden. Um den nicht zielgleich beschulten Schülerinnen und Schülern gerecht

zu werden und auch die leistungsschwachen Rechner zu motivieren, bedarf es einer Dokumentation ihrer individuellen Leistungsfortschritte. Die Beachtung des individuellen Förderplans (vgl. 5.3) ist außerdem grundlegend für die Schülerinnen und Schüler mit attestierten beziehungsweise beobachteten Unterstützungsbedarfen.

Für das Gemeinsame Lernen hat das zur Konsequenz, dass neben den klassischen Bewertungsmaßstäben veränderte beziehungsweise weitere Beurteilungsmöglichkeiten nebeneinander existieren und additiv mitgedacht werden müssen.

Darüber hinaus erweitern Lerntagebücher, Checklisten, im Stundenplan verankerte Feedbackverfahren, Lernverträge und die stete individuelle Rückmeldung für möglichst alle Schülerinnen und Schüler im Gemeinsamen Lernen das Spektrum der Leistungsmessung.

5.7 Nachteilsausgleich

Die Rechtsgrundlage für einen schulischen Nachteilsausgleich ist in Artikel 3 Abs. 3 Satz 2 des GG, im Sozialgesetzbuch IX § 209 sowie in den Landesschulgesetzen bzw. Erlassen der Kultusministerien geregelt. Ein Nachteilsausgleich kann in verschiedenen Bereichen erfolgen. Möglich sind z.B. Zeitzugaben zur Lösung von Aufgaben oder Hilfestellung durch Peers, die Lehrkraft oder anderen Hilfsmittel (Taschenrechner, Rechenschieber, Perlenmaterial o.ä.). Eine weitere Möglichkeit bietet eine räumliche Trennung von dem Klassenplenum bei bestimmten Aufgaben, um Ablenkungen vorzubeugen. Auch eine Differenzierung der Aufgabenstellung auf sprachlicher Ebene (Gebärden, Piktogramme, Symbole, Kennzeichnung z.B. von Signalwörtern oder Textoptimierung) kann manchmal ausreichen, um eine Aufgabe für bestimmte Schüler zugänglich und lösbar zu machen.

Ein Nachteilsausgleich ist bei Rechenstörungen nicht vorgesehen, da das Rechnen selbst Teil der Leistung in Mathematik ist. Eine Unterstützung im Bereich des Rechnens, zum Beispiel durch den Einsatz des Taschenrechners, würde die mathematischen Leistungen insgesamt steigern und damit nicht einen Nachteil ausgleichen, sondern einen Vorteil gegenüber den Lernenden ohne Taschenrechnereinsatz erbringen.

Die Dokumentation des Nachteilsausgleichs im Fach Mathematik sollte im Förderplan der Schülerin/des Schülers genannt werden. Folgendes Beispiel für die Dokumentation des Nachteilsausgleichs hat die Glückauf-Schule, LWL-Förderschule Hören und Kommunikation in Gelsenkirchen zur Verfügung gestellt:

Abbildung 58 Nachteilsausgleich im Fach

Fachkonferenz Mathematik
Leistungsmessung, Leistungsbewertung und Nachteilsausgleich im Fach Mathematik im Bildungsgang der allgemeinen Schule

Nachteilsausgleich im Fach Mathematik

Für den Schüler/ die Schülerin _____

Besonderheiten bei Schülern mit einer Hörschädigung:

Im Fach Mathematik steht das Verstehen von mündlichen Beiträgen/Erläuterungen und schriftlichen Texten mit ihrer fachspezifischen Sprache im Vordergrund. Das mathematische Verständnis kann durch folgende Maßnahmen unterstützt werden:

Schuljahr								
Klasse								
In Textaufgaben wird die Fragestellung deutlich gekennzeichnet.								
Kopfrechenaufgaben werden visualisiert.								
Das mathematische Vokabular und die Begründung von Rechenwegen werden gezielt geübt.								
Aufgabenstellungen erfolgen in einfacher Sprache oder werden visualisiert („Bildaufgaben“, Unterstützung durch Bilder, Versuchsanleitungen werden schriftlich gegeben).								
Die Quantität von Texten wird reduziert.								
Es wird mehr Zeit zur Verfügung gestellt. (konkrete Zeitangabe)								
Zusätzliche Begriffserklärungen werden in schriftlicher Form gegeben.								
Flexibilität im Umgang mit Aufgabenstellungen wird von Anfang an gefördert und gefordert, um Unsicherheiten abzubauen.								
Grammatik- und Rechtschreibfehler werden nicht bewertet, sondern nur der logische Aufbau bzw. die inhaltliche Darstellung.								
Nutzen einer Formelsammlung								
Nutzen des Taschenrechners								
<i>Unterschrift (Kürzel des Fachlehrers)</i>								

Förderschwerpunkt Hören und Kommunikation

6

Die Dokumentation des Nachteilsausgleichs ist mit den Lernenden und Eltern zu besprechen und ist bindend. Ob die Schülerin/der Schüler immer den vollen Nachteilsausgleich ausnutzt, liegt bei ihr/ihm selbst. Aus diesem Grund ist es wichtig zu verdeutlichen, dass der zur Verfügung gestellte Nachteilsausgleich keine Vorteilsnahme darstellen soll, sondern den Lernenden die gleichen Voraussetzungen verschafft wie seinen Mitschülerinnen und Mitschülern. Braucht sie/er z.B. aufgrund von einer starken Seheinschränkung Lesehilfen oder aufgrund von sprachlichen Defiziten ein Wörterbuch, so ist ihr/ihm die Arbeit an einer Textaufgabe dahingehend erschwert, dass sie/er mehr Zeit braucht, diese sinnentnehmend lesen zu können.

Wird der Nachteilsausgleich mehrfach nicht genutzt oder reicht nicht aus, kann er im Folgejahr aufgehoben werden bzw. um weitere Aspekte ergänzt werden. In Lernstandsüberprüfungen vom Land (VERA Klasse 3, Vergleichsarbeiten Klasse 8, Zentrale Abschlussprüfungen Klasse 10) können nur die Hilfen genutzt werden, die dokumentiert sind und auch schon in der vorangegangenen Zeit genutzt wurden. Das wird stichprobenartig vom Land NRW überprüft.

Die Schulleitung muss über den Nachteilsausgleich informiert werden, so dass sie den Nachteilsausgleich individuell gewähren kann.

5.8 Feedbackkultur

Eine Feedback-Kultur zu entwickeln bedeutet vor allem, dass sich alle Unterrichtsbeteiligten mit den Lernenden regelmäßig und gegenseitig darüber verständigen, was notwendig ist, um eine gute Lernatmosphäre zu schaffen bzw. auch welche Methoden und Medien gut im Unterricht funktionieren und woran alle Beteiligten, seien es Lehrkräfte oder Lernende, arbeiten sollten.

Feedbacks aller Beteiligten sollten regelmäßig durchgeführt werden. Nur dadurch wird der Feedback-Prozess zu einer gewissen Selbstverständlichkeit, ganz ähnlich wie bei einem Ritual, wie z.B. beim Wiederholen der letzten Stunde am Anfang der neuen Stunde oder beim Vokabeln abfragen. Allen Beteiligten muss bewusst sein, dass Feedback dazu genutzt wird, um letztendlich Verbesserungen im Unterricht herbeizuführen. Regelmäßiges und ehrliches Feedback bringt jeden persönlich weiter. Durch regelmäßig eingeholtes Feedback können Schwachstellen aufgedeckt und der Unterricht verbessert werden. Außerdem fühlen sich Lernende von den Lehrkräften ernst genommen. Ebenfalls lernen die Schüler durch verschiedene Evaluationsmethoden mit Kritik umzugehen und selbst auch sachliches Feedback zu geben, welches sich an dem Verhalten anderer Person orientiert und nicht an deren Persönlichkeit.

Rückmeldungen sind in der kindlichen Entwicklung wichtig, da sie neben dem Abgleich von Selbst- und Fremdwahrnehmung auch die Meinung jedes einzelnen wertschätzen und evtl. Rückschlüsse auf Probleme zulassen, die es zu lösen gilt.

Feedback kann über Fragebögen oder Selbsteinschätzungsbögen (s. Kapitel 5.1 Selbsteinschätzung zu den Vortests, s. Kapitel 5.3 Reflexionsbogen Förderziel) stattfinden. Auch durch ein persönliches Gespräch zwischen Schülerinnen und Schülern oder Lehrkräften und Lernenden kann ein Feedback sinnvoll gestaltet werden. Allerdings fehlen vielen Schülerinnen und Schülern sprachliche Voraussetzungen und die emotionale Stabilität, die es braucht, seine eigene Meinung und seinen Standpunkt über sich oder andere zu benennen.

Es gibt verschiedene pädagogisch aufbereitete Methoden zum Feedback geben in der Schule. Diese Methoden geben Leitfragen oder Bewertungskriterien vor, an denen Lernende sich orientieren können, um konstruktiv Rückmeldung zu geben. Im Folgenden werden zwei von vielen Feedbackmethoden beispielhaft aufgezeigt.

Abbildung 59 Fünf-Finger-Feedback-Methode

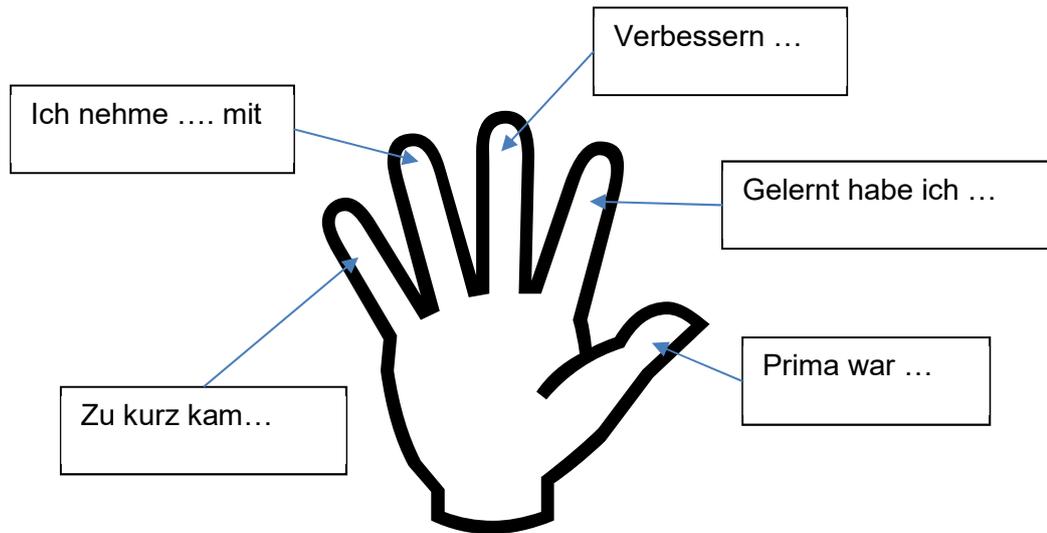
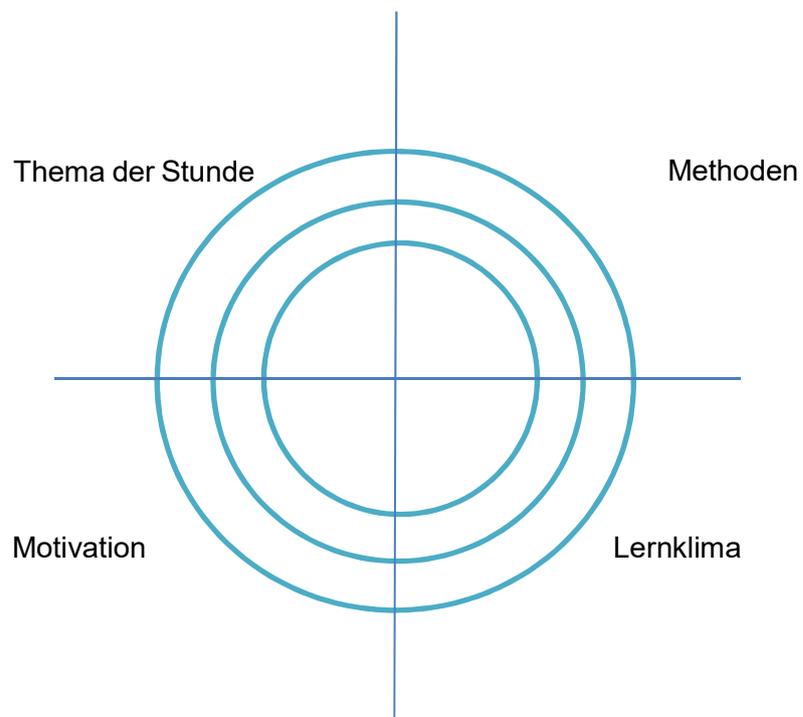


Abbildung 60 Zielscheibe



5.9 Fazit

Vor dem Hintergrund, dass Förderung immer auch Diagnostizieren bedeutet, soll abschließend noch einmal darauf hingewiesen werden, dass die reine Feststellung eines Ist-Zustands, gemessen an einer produktorientierten Diagnostik, keine ergiebigen Hinweise für die individuelle Förderung eines Kindes liefert. Vielmehr benötigt die Lehrkraft prozessbezogene, diagnostische Informationen, die die Lösungsprozesse der Schülerinnen und Schüler miteinschließen, um daran anknüpfend individuell zu fördern.

Ziele und Methoden der Diagnostik wurden neben einzelnen Tests und Fördermöglichkeiten sowie einer exemplarischen Förderplanung mit einem konkreten Bezug zum Beispiel in Kapitel 3 dargestellt.

Es wird deutlich, dass ein guter inklusiver Unterricht ohne eine angemessene Diagnostik nicht denkbar ist. Die diagnostische Sicht auf die Lernenden im Zusammenhang mit dem Fach bietet ein wirksames Instrument für einen adaptierten Unterricht in dem naturgemäß sehr heterogenen Umfeld eines inklusiven Settings. Die stete Evaluation ermöglicht eine Optimierung der Unterrichtsplanung für alle Schülerinnen und Schüler.

Zur Bestimmung der mathematischen Lernausgangslage bieten sich eine Vielzahl an Instrumentarien an. Standardisierte Testverfahren sind in der Regel produktorientiert konzipiert und können Kinder ggf. in einer Rangfolge verorten. Somit sind diese Tests und ihre Ergebnisse nur bedingt zur Planung von adäquaten Unterrichtsmaßnahmen nutzbar. Die spezifischen Beobachtungen hingegen sind prozessorientiert und damit deutlich aussagekräftiger. Ebenso die handlungsleitenden Diagnoseverfahren, wie sie bei Interview-situationen praktiziert werden. Sie bieten konkrete Hilfen für das Lehren und Lernen und können damit für die daraus resultierende Unterrichtsgestaltung von hohem Nutzen sein. Abschließend soll noch einmal darauf hingewiesen werden, dass die Ursachenfindung für ggf. festgestellte Probleme im mathematischen Bereich nicht ausschließlich auch in diesem erfolgen darf. Auch andere Bereiche müssen diesbezüglich näher untersucht werden. Zudem sei bemerkt, dass die Diagnose von Lernpotenzialen und Lernschwierigkeiten als sich stetig wiederholender Prozess auf dem Weg des Mathematiklernens verstanden werden muss, um den Kenntnisstand der Lernenden stets zu evaluieren.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Handreichung ist deutlich geworden, dass das Thema des Gemeinsamen Lernens und die damit einhergehende Veränderung von Unterrichtsgestaltung und von Haltung nicht isoliert betrachtet werden können, sondern dass es Ziel eines jeden lebenslang lernenden Lehrers ist, guten Mathematikunterricht für alle Schülerinnen und Schüler zu gestalten.

Umso wichtiger ist es, sich nochmals das Ziel dieser Handreichung vor Augen zu führen: Eine Planungs- und Handlungsgrundlage für einen Mathematikunterricht zu schaffen, der die Vielfalt der Schülerinnen und Schüler in den Blick nimmt.

Im Zuge der Digitalisierung an Schulen wird es sicherlich in Zukunft neue Herausforderungen für die Schulen geben, insbesondere für die Unterrichtsplanung, -durchführung und -reflexion. Sowohl die technische Infrastruktur an Schulen als auch Veränderungen des Lehrens und Lernens werden den Unterricht neu gestalten. Aber immer wird es um den Kompetenzerwerb zur Bewältigung der sich verändernden Anforderungen gehen.

7 Literaturverzeichnis

- Aebli, H. (2001). Zwölf Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett Cotta.
- Ayres, A. J. (2013). Bausteine der kindlichen Entwicklung. Berlin: Springer.
- Barzel, B., Büchter, A., Leuders, T. (2007). Mathematik – Methodik - Handbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bartnitzky, H., Brügelmann, H. (2012). Fördern- warum, wer, wie, wann? In H. Bartnitzky, U. Hecker, M. Lassek, Beiträge zur Reform der Grundschule, Band 134. Individuell fördern - Kompetenzen stärken - in der Eingangsstufe (Kl. 1 und 2) (S. 6-55). Frankfurt a.M.: Grundschulverband.
- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultur (Hg.) (2012). Rahmenlehrplan für den Förderschwerpunkt Lernen. Download: <https://www.isb.bayern.de/download/11130/rahmenlehrplan.pdf> (Zugriff am: 01.05.2018).
- Beller A. (2001). Besondere Zahlen (-eigenschaften). Mathematikdidaktik Seminar. Download: https://did.mat.uni-bayreuth.de/~wn/ss_01/beller/Seminar/HTML/bz.htm (Zugriff am: 18.06.2019)
- Bezirksregierung Düsseldorf (Hg.) (2013). Inklusion, 1. Themenheft. Bezirksregierung Düsseldorf. Download: www.brd.nrw.de/schule/pdf/Inklusion_Themenheft1.pdf. (Zugriff am 18.12.2019)
- Bezirksregierung Düsseldorf (Hg.) (2017). Manual zur Erstellung eines schulischen Konzepts: Inklusion. Download: www.brd.nrw.de/schule/pdf/Inklusion-Manual_Gemeinsames_Lernen.pdf (Zugriff am 16.12.2019)
- Bezirksregierung Düsseldorf (Hg.) (2015). Manual zur Erstellung eines schulischen Konzepts: Inklusion. Themenheft 4. Download: www.brd.nrw.de/schule/pdf/Inklusion_Themenheft-4.pdf (Zugriff am 16.12.2019)
- Bezirksregierung Münster (2014). Handreichung zur Bilanzierung der sonderpädagogischen Fachlichkeit für den Förderschwerpunkt emotionale und soziale Entwicklung. Download: https://www.bezreg-muenster.de/zentralablage/dokumente/schule_und_bildung/inklusion/handreichungen_und_leitfaeden/handreichung_fsp_emotionale_soziale_entwicklung.pdf (Zugriff am 18.12.2019)
- Bezirksregierung Münster (2015). Handreichung zur sonderpädagogischen Fachlichkeit im Förderschwerpunkt Lernen. Download: https://www.bezreg-muenster.de/zentralablage/dokumente/schule_und_bildung/inklusion/handreichungen_und_leitfaeden/handreichung_fsp_lernen.pdf (Zugriff am 16.12.2019)
- Bezirksregierung Münster (2019). Handreichung zur sonderpädagogischen Fachlichkeit im Förderschwerpunkt Sprache. Download: https://www.bezreg-muenster.de/zentralablage/dokumente/schule_und_bildung/inklusion/handreichungen_und_leitfaeden/handreichung_fsp_sprache.pdf (Zugriff am 05.03.2020)
- Bezirksregierung Münster (2017). Inklusionsordner. Kapitel 4 Leistungsbewertung und Zeugnisse. Download: https://www.bezreg-muenster.de/zentralablage/dokumente/schule_und_bildung/inklusion/inklusionsordner/Inklusionsordner_Kapitel-4_Leistungsbewertung_Zeugnisse.pdf (Zugriff am 22.06.2019)

- Bezirksregierung Münster (2017). Inklusionsordner, Kapitel 5, Nachteilsausgleich. Download: https://www.bezreg-muenster.de/zentralablage/dokumente/schule_und_bildung/inklusion/inklusionsordner/Inklusionsordner_Kapitel-5_Nachteilsausgleich.pdf (Zugriff am 6.9.2018).
- Blum, W., Drücke-Noe, C., Hartung, R., Köller, O. (Hg.) (2006). Bildungsstandards Mathematik: konkret – Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichts Anregungen, Fortbildungsideen. Berlin: Cornelsen.
- Bönsch, M. (2004). Intelligente Unterrichtskultur. Baltmannsweiler: Schneider.
- Brandt, B., Nührenbörger, M. (2009). Strukturierte Kooperationsformen im Mathematikunterricht der Grundschule. In Die Grundschulzeitschrift, 222/223, Materialheft.
- Braun, D., Schmischke, J. (2008). Kinder individuell fördern. Berlin: Cornelsen.
- Brügelmann, Hans (2000): Wie verbreitet ist offener Unterricht? In O. Jaumann-Graumann, W. Köhnlein, Lehrerprofessionalität – Lehrerprofessionalisierung. Jahrbuch Grundschulforschung, Band 3 (S. 133-143). Klinkhardt: Heilbronn.
- Brügelmann, Hans (2011): Den Einzelnen gerecht werden – in der inklusiven Schule – Mit einer Öffnung des Unterrichts raus aus der Individualisierungsfalle! In Zeitschrift für Heilpädagogik 62 (9), (S. 355–36).
- Brüning, L. & Saum, T. (2009) Erfolgreich unterrichten durch Kooperatives Lernen. Essen. Neue Deutsche Schule.
- Busch, M. (Hg.) (2012). Klick! Mathematik 8. Berlin: Cornelsen.
- Drücke-Noe, Ch., Möller, G. (2011). Basiskompetenzen Mathematik für den Alltag und Berufseinstieg am Ende der allgemeinen Schulpflicht. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Fleckenstein, J., Jankuhl, S., Meiering, S., Scholz, H. (2017). Diagnostischer Leitfaden zur Feststellung des sonderpädagogischen Unterstützungsbedarfs. Idstein: Schulz-Kirchner.
- Flott-Tönjes, U., Albers, S., Ludwig, M., Schumacher, H., Storcks-Kemming, B., Thamm, J.-., Witt, H. (2017). Fördern planen. Förderzielorientierter Unterricht auf der Basis von Förderplänen. Oberhausen: Athena Verlag.
- Gaidoschik, M. (2003). Rechenschwäche – Dyskalkulie. Horneburg: Persen.
- Gallin, P., Ruf, U. (1998): Dialogisches Lernen im Mathematikunterricht. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Green, N., Green, K. (2005). Kooperatives Lernen im Klassenraum und im Kollegium – Das Trainingsbuch. Seelze: Klett/ Kallmeyer.
- Häsel-Weide, U. (2016). Vom Zählen zum Rechnen. Wiesbaden: Springer-Spektrum.
- Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M. (2013). Mathematiklernen im Spiegel von Heterogenität und Inklusion. In Mathematik differenziert, Heft 2 (S. 6-8).
- Heimlich U. (2009). Lernschwierigkeiten: Sonderpädagogische Förderung im Förderschwerpunkt Lernen. Bad Heilbronn: Klinkhard-Verlag.
- Hengartner, E., Hirt U., Wälti, B. und Primarschulteam Lupsingen (2010). Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Zug: Klett.
- Hengartner, E., Wälti, B., Hirt U. (2006). Mehr Unterrichtserfolg mit Lernumgebungen. In Grundschulmagazin, Heft 4 (S. 23-26).
- Heymann, H.-W. (1991). Innere Differenzierung im Mathematikunterricht. In Mathematik lehren 49, S. 63-66.
- Hirt, U., Wälti, B. (2012). Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Seelze: Klett/ Kallmeyer.

- Hußmann, S., Prediger, S. (2007). Mit Unterschieden rechnen. Differenzieren und Individualisieren. In Praxis der Mathematik Heft 49(17),1-8.
- Hußmann, S., Leuders, T., Prediger, S. (2007): Schülerleistungen verstehen – Diagnose im Schulalltag. In Praxis der Mathematik Heft 15.
- Kahlert, J., Heimlich, U. (2014). Inklusionsdidaktische Netze – Konturen eines Unterrichts für alle (dargestellt am Beispiel des Sachunterrichts). In Heimlich, U., Kahlert J. Inklusion in Schule und Unterricht. Wege zur Bildung für alle (S. 153-190). Stuttgart: Kohlhammer.
- Käpnick, F. (2016). Verschieden verschiedene Kinder. Seelze: Kallmeyer.
- KMK Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2004 a). Standards für die Lehrerbildung: Bildungswissenschaften. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.12.2004. Download:
https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_12_16-Standards-Lehrerbildung.pdf (Zugriff am 18.12.2019)
- KMK Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2004 b). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Hauptschulabschluss (Jahrgangsstufe 9). Darmstadt: Luchterhand.
- KMK Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2004 c). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Download:
https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf (Zugriff am 02.04.2020)
- KMK Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2005). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Darmstadt: Luchterhand.
- KMK Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2010). Empfehlungen zur Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Lesen und Rechtschreiben sowie beim Rechnen an den Deutschen Schulen im Ausland. Download:
https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2010/2010_03_17-Lese-Rechtschreib-Rechenschwaeche-Auslandsschulen.pdf (Zugriff am 18.12.2019)
- KMK Beschlüsse der Kultusministerkonferenz (2003). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Download:
https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf (Zugriff am 18.12.2019)
- Kniffka, G. (2010). Scaffolding. Download: <https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/scaffolding.pdf> (Zugriff am 16.12.2019)
- Korten, L. (2011). Auf den Spuren reicher Zahlen. In Grundschule Mathematik, Heft 31 (S. 28-30). Seelze: Friedrich Verlag.
- Korten, L. (2014). Auf den Spuren der reichen Zahlen. In K. Heckmann, F. Padberg, Unterrichtsentwürfe Mathematik Primarstufe Band 2 (S. 267-278). Berlin, Heidelberg: Springer.
- Krauthausen, G., Scherer, P. (2010). Krauthausen, G., & Scherer, P. (2010). Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule. Handreichung des Programms SINUS an Grundschulen. Download:
<https://docplayer.org/24819-Mathe-umgang-mit-heterogenitaet-mathematik-handreichungen-des-programms-sinus-an-grundschulen.html> (Zugriff am 18.12.2019)

- Krauthausen, G., Scherer, P. (2014). Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule. Seelze: Klett/ Kallmeyer.
- Kutzer, R. (1985). Mathematik entdecken und verstehen. Frankfurt: Diesterweg.
- Lauter, J. (1995). Methodik des Mathematikunterrichts. Donauwörth: Auer.
- Lauter, J. (1997). Fundament der Grundschulmathematik. Pädagogische Aspekte des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Donauwörth: Auer.
- Leisen, J. (2011). Praktische Ansätze schulischer Sprachförderung – Der sprachensible Fachunterricht. Download:
https://www.hss.de/fileadmin/media/downloads/Berichte/111027_RM_Leisen.pdf
 (Zugriff am 18.12.2019)
- Leisen, J. (2018). Sprachbildung und Bildungssprache. Download:
<http://www.sprachsensiblerfachunterricht.de/sprachbildung> (Zugriff am 11.08.2018)
- Leßmann, B. (2014). Inklusiver Unterricht – Inklusiver Deutschunterricht. Download:
<https://www.beate-lessmann.de/material/category/62-inklusiver-deutschunterricht.html>
 (Zugriff am 18.12.2019)
- Leuders, T. (2009). Intelligent üben und Mathematik erleben. In Leuders, T., Hefendehl-Hebeker, L., Weigand, H.-G. (Hg.). Mathemagische Momente (S. 130-141). Berlin: Cornelsen.
- Leuders, T., Prediger, S. (2012). „Differenziert Differenzieren“ - Mit Heterogenität in verschiedenen Phasen des Mathematikunterrichts umgehen. In R. Lazarides, A. Differenzierung im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht - Implikationen für Theorie und Praxis (S. 35-66). Bad Heilbrunn: Klinkhardt Verlag.
- Leuders, T., Prediger, S. (2016). Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen.
- Matthes, G. (2009). Individuelle Lernförderung bei Lernstörungen. Stuttgart: Kohlhammer.
- Melzer, C., Stahl-Morabito, N. (2018). Planungsmodelle für inklusiven Unterricht. In Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Perspektiven und Herausforderungen für die Lehrerbildung in NRW. Sonderheft (S. 13-16). Düsseldorf.
- Meyer, M., Prediger, S. (o.J.). Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. Download: www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/12-Meyer_Prediger_PM-H45_Webversion.pdf (Zugriff am 16.12.2019)
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2017). Arbeitshilfe: Gewährung von Nachteilsausgleichen für Schülerinnen und Schüler mit Behinderungen, Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung und/oder besonderen Auffälligkeiten in der Primarstufe – Eine Orientierungshilfe für Schulleitungen. Download:
https://www.schulministerium.nrw.de/docs/bp/Lehrer/Recht_Beratung_Service/Service/Ratgeber/Nachteilsausgleiche/2-Arbeitshilfe_Sek_I.pdf
 (Zugriff am 19.12.2019)
- Ministerium für Schule und Bildung (2019). Kernlehrplan für die Sekundarstufe I. Mathematik. Gymnasium. Mathematik. Frechen: Ritterbach.
- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2014 c). Schulgesetz für das Land Nordrhein-Westfalen. Download:
<https://www.schulministerium.nrw.de/docs/Recht/Schulrecht/Schulgesetz/>
 (Zugriff am 16.12.2019)

- Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2019): Kernlehrplan für die Sekundarstufe I. Gymnasium. Mathematik. Download: https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/195/g9_m_klp_3401_2019_06_23.pdf (Zugriff am 19.12.2019)
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2016). Kerncurriculum für die Ausbildung im Vorbereitungsdienst für Lehrämter in den Zentren für schulpraktische Lehrerausbildung und in den Ausbildungsschulen, Anlage zu: Runderlass des Ministeriums für Schule und Weiterbildung vom 02.09.2016. Düsseldorf.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2007). Kernlehrplan für das Gymnasium - Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein-Westfalen. Mathematik. Frechen: Ritterbach.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (Hg.) (2004): Kernlehrplan für die Sekundarstufe I. Gesamtschule. Frechen: Ritterbach.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2015 b). Referenzrahmen Schulqualität NRW. Download: https://www.schulentwicklung.nrw.de/e/upload/referenzrahmen/download/Referenzrahmen_Veroeffentlichung.pdf (Zugriff am 19.12.2019)
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2008). Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen. Frechen: Ritterbach.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2014 b). Verordnung über die Ausbildung und die Abschlussprüfungen in der Sekundarstufe I (Ausbildungs- und Prüfungsordnung Sekundarstufe – APO-S I) Download: <https://bass.schul-welt.de/12691.htm> (Zugriff am 19.12.2019)
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2015 a). Verordnung über den Bildungsgang in der Grundschule. Ausbildungsordnung Grundschule - AO-GS. Frechen: Ritterbach.
- Moser Opitz, E. (2010). Lernschwierigkeiten in Klassen 5 und 8: Eine empirische Untersuchung. In Vierteljahresheft für Heilpädagogik und ihre Nachbarsgebiete, Heft 73, S.179-190.
- Müller, G. N., Steinbring, H., Wittmann, E. Ch. (1997). 10 Jahre „mathe 2000“ Bilanz und Perspektiven. Düsseldorf: Klett.
- Nührenböcker, M. & Verboom, L. (2011). Gemeinsames Lernen im Mathematikunterricht. In: Demuth, R., Walter, G., Prenzel, M. (Hg.) (2011). 10 Module für den Mathematik- und Sachunterricht in der Grundschule. (S. 154-157) Download: www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Unterricht_entwickeln_mit_SINUS.pdf (Zugriff am 16.12.2019)
- Paradies, L., Linser, H. J. (2019). Differenzieren im Unterricht. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Peter-Koop, A. (2016). Inklusion im Mathematikunterricht. In Grundschulunterricht Mathematik 01/2016 (S. 4-8).
- PIK AS (o.J. a). Differenzensible Unterrichtsplanung für den Mathematikunterricht. Download: <https://pikas-mi.dzlm.de/inhalte/unterrichtsplanung-gl-%C3%BCbergreifendes/hintergrund-0> (Zugriff am 25.06.2019)
- PIKAS (o.J. b). Förderschwerpunkte. Download: <https://pikas-mi.dzlm.de/grundlagen/f%C3%B6rderschwerpunkte-0/f%C3%B6rderschwerpunkte-lernen/gestaltete-lernumgebungen> (Zugriff am 26.06.2019)

- PIKAS (2010). „Beobachtungsbogen: „Das zählt in Mathe!“ . Download: <https://pikas.dzlm.de/material-pik/haus-910-ergiebig-leistungsfeststellung/haus-9-unterrichtsmaterial/beobachtungsbogen> (Zugriff am 05.03.2020)
- PIKAS (o.J. c). Modul 8.5: Kooperation und Kommunikation fördern. Download: <https://pikas.dzlm.de/material-pik/herausfordernde-lernangebote/haus-8-fortbildungsmaterial/modul-85-forderung-der> (Zugriff am 26.06.2019)
- PIKAS (2015). Zieldifferent lernen im gemeinsamen Mathematikunterricht aufgezeigt an unterschiedlichen Aufgabentypen sowie am Beispiel eines Kindes mit dem Förderschwerpunkt Lernen. Modul 6.5. Download: https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_6_-_Heterogene_Lerngruppen/FM/Modul_6.5/Mat_Mod/Modul_6.5_Zieldifferent_lernen_im_gemeinsamen_Mathematikunterricht.pdf (Zugriff am: 03.04.2018).
- PIKAS (o.J. g). Inklusiver Unterricht - Das Niveaustufen-Modell
Download: <https://pikas.dzlm.de/material-pik/haus-56-themenbezogene-individualisierung/haus-6-unterrichtsmaterial/inklusiver> (Zugriff am 19.12.2019)
- PIKAS (o.J. h). Förderung prozessbezogener und inhaltsbezogener Kompetenzen mit „Forschermitteln“. Download: <https://pikas.dzlm.de/material-pik/haus-12-mathematische-bildung/haus-1-fortbildungsmaterial/modul-12-„wir-werden“> (Zugriff am 19.12.2019)
- PIKAS (o.J. d). WEGE-Konzept. Modul 4.4.
Download: <https://pikas.dzlm.de/material-pik/ausgleichende-forderung/haus-4-fortbildungsmaterial/modul-44-wege-konzept> (Zugriff am 11.08.2018)
- PIKAS-MI (o.J. a.). Mathe inklusiv mit PIKAS. Download: <http://pikas-mi.dzlm.de/410> (Zugriff am 19.12.2019)
- PIKAS (o.J. f) Mathe inklusiv mit PIKAS. Unterricht. Erläuterung der Planungsformate „Aufgabenstellungen: kompakt“ und „Unterrichtssequenzen: ausführlich“. Download: <https://pikas-mi.dzlm.de/node/274> (Zugriff am 16.12.2019)
- Prediger, S., Krägeloh, N. & Wesse, L. (2013). Wieso $\frac{3}{4}$ von 20 und wo ist der Kreis?
Download: www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/13-Prediger-et-al-PM-H52-Brueche-Mengen-Webversion.pdf (Zugriff am 16.12.2019)
- Prenzel, A. (2015). Inklusive Bildung in der Primarstufe – Eine wissenschaftliche Expertise des Grundschulverbandes. Frankfurt am Main: Beltz.
- Sasse, A., Schulzeck, U. (2013). Differenzierungsmatrizen als Modell der Planung und Reflexion inklusiven Unterrichts – zum Zwischenstand in einem Schulversuch. Thüringen: Thüringer Institut für Lehrerfortbildung.
- Schacht, E. (2010). Unveröffentlichte Unterrichtsplanung im Fach Mathematik, Förderschwerpunkt Lernen im ZfsL Gelsenkirchen, Sonderpädagogische Förderung.
- Scherer, P. (2003). Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen. Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum. Leipzig, Düsseldorf, Stuttgart: Klett.
- Scherer, P., Moser Opitz, E. (2010). Fördern im Mathematikunterricht der Grundschule. Heidelberg: Springer.
- Schipper, W. (2001). Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. Download: <https://www.bielefelder-rechentest.de/ftp/Thesen-und-Empfehlungen.pdf> (Zugriff am 05.03.2020)
- Schlüter, A., Melle, I. & Wember, F.-B. (2016). Unterrichtsgestaltung in Klassen des Gemeinsamen Lernens: Universal Design for Learning. Sonderpädagogische Förderung heute, 61 (3), 270-284. Weinheim: Beltz.

- Schmidt, C. S. (2016). Wege entstehen dadurch, dass man sie geht. Auf dem Weg zu einem inklusiven Bildungssystem in NRW – rechtliche Rahmenbedingungen und Grundlagen. In Die BASS von A bis Z. Erläuterungen und Handlungsempfehlungen für die Schulpraxis in NRW. Heft 2.
- Scholz, I. (2010). Pädagogische Differenzierung, Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Seibert, N. (2000). Unterrichtsmethoden kontrovers. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Selter, Ch., Wember, F. B. (2015). Lernhandlungs- und Lernergebnisanalyse bei niveaudifferenzierten Aufgaben im Mathematikunterricht der Primarstufe. Download: https://www.schulentwicklung.nrw.de/g/upload/Inklusion/0912_SelterWember_Works_hop.pdf (Zugriff am 19.12.2019)
- Sundermann, B., Selter, Ch (2006a). Beurteilen und Fördern Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht: Gute Aufgaben - Differenzierte Arbeiten - Ermutigende Rückmeldungen. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Sundermann, Beate (2014): 'Wie treffen wir die 1000?' - Lösungswege mit 'Forschermitteln' entwickeln und darstellen. In: Grundschule Mathematik, H. 41.
- Walter, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D, Köller, O. (Hg.) (2008). Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen.
- Weis, I. (2013a). Sprachförderung plus. Förderbausteine für den Soforteinsatz im Mathematikunterricht. Stuttgart: Klett.
- Weis, I. (2013b). Wie viel Sprache hat Mathematik in der Grundschule? Download: https://www.uni-due.de/imperia/md/content/prodaz/wie_viel_sprache_mathematik_grundschule.pdf (Zugriff am 11.08.2018, 13:02).
- Wember, F. (2013). Herausforderung Inklusion: Ein präventiv orientiertes Modell schulischen Lernens und vier zentrale Bedingungen inklusiver Unterrichtsentwicklung. In Zeitschrift für Heilpädagogik, 10/2013, S. 380-388.
- Wielpütz, H. (1998). Erst verstehen, dann verstanden werden. In Grundschule, Heft 3 (S. 9-11).
- Winter, H. (1987). Mathematik entdecken. Neue Ansätze für den Unterricht in der Grundschule. Frankfurt am Main: Scriptor.
- Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In GDM-Mitteilungen (S. 37-46).
- Wittmann, E. Ch. (1995). Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Rechenunterricht – vom Kind und vom Fach aus. In G. N. Müller, E. Ch. Wittmann, Mit Kindern rechnen (S. 10 – 41). Frankfurt a.M.: Arbeitskreis Grundschule.
- Wittmann, E. Ch. (1996). Offener Mathematikunterricht in der Grundschule – vom FACH aus. Download: http://www.sinus-transfer.de/fileadmin/Materialien/Offener_Unterricht.pdf (Zugriff am 12.02.2017).
- Wittmann, E. Ch., Müller, G. N. (2007). Das Zahlenbuch 1. Lehrerband. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett.
- Wölki-Paschvoss, C. (2018). Auf die Brille kommt es an: Das „Inklusionsdidaktische Netz - Planungsrastrer Mathematik“ als Arbeitsgrundlage für eine kooperative Unterrichtsplanung von Fachlehrerinnen/-lehrern & sonderpädagogischen Lehrkräften. In VDS Mitteilungen 3/2018 (S. 16-22)
- Zimmer, R. (2005). Handbuch der Sinneswahrnehmung. Freiburg: Herder Verlag.

8 Anhang

Anhang A Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Anforderungsbereiche aus den Bildungsstandards (vgl. KMK 2005, 2004 c)....	15
Abbildung 2 Phasen des entdeckenden Lernens	18
Abbildung 3 Aneignungsprozess in vier Stufen (Aebli 2001)	22
Abbildung 4 Verknüpfung der Darstellungsebenen	23
Abbildung 5 Teile von Mengen auf dem Bruchstreifen (vgl. Prediger u.a. 2013)	24
Abbildung 6 Protokollblatt (vgl. Prediger u.a. 2013)	24
Abbildung 7 Aspekte mathematischer Lernumgebungen	37
Abbildung 8: Möglicher Unterrichtsprozess bei mathematischen Lernumgebungen.....	42
Abbildung 9: Rolle der Lehrkraft bei mathematischen Lernumgebungen	45
Abbildung 10: Maßnahmen und Bereiche der inneren Differenzierung	53
Abbildung 11 Anforderungsbereiche am Beispiel Zahlenmauern	60
Abbildung 12 Differenzierungsmöglichkeiten am Beispiel von Zahlenmauern.....	61
Abbildung 13: Inklusionsdidaktisches Netz (Wölki-Paschvoss 2018)	63
Abbildung 14: Förderanliegen in den Entwicklungsbereichen (Wölki-Paschvoss 2018)	65
Abbildung 15: Inklusionsdidaktisches Netz - Blanko-Vorlage. (Wölki-Paschvoss 2018)	67
Abbildung 16: Ein Beispiel: Inklusionsdidaktisches Netz (Wölki-Paschvoss 2018).....	68
Abbildung 17 Niveaustufenmodell nach Wember 2013, S. 380-388.....	69
Abbildung 18: „Wember-Raute“ (nach Wember 2013)	70
Abbildung 19: Planung einer Unterrichtsreihe - Niveaustufenmodell (vgl. PIKAS o.J. g)	74
Abbildung 20: Veranschaulichung des Lernstrukturgitters (vgl. Kutzer 1985, S. 12-10).....	75
Abbildung 21: Differenzierungsmatrix: „Mustern auf der Spur“	78
Abbildung 22 Innere - äußere Differenzierung	80
Abbildung 23 Teilerskyline modifiziert nach Korten (2011, S. 29).....	82
Abbildung 24 Themen der Unterrichtsreihe.....	88
Abbildung 25 Lernplakate	88
Abbildung 26 Wortspeicher.....	89
Abbildung 27 Teilerskyline	89
Abbildung 28 Tafelbild	90
Abbildung 29 Anmeldeleiste.....	90
Abbildung 30 Rollenzuweisung	91
Abbildung 31 Forscherauftrag	92
Abbildung 32 Protokoll der Mathekonferenz.....	93
Abbildung 33: Tipp 1	94

Abbildung 34: Tipp 2	94
Abbildung 35 Zahlenfeld	94
Abbildung 36 Ablaufplan	95
Abbildung 37 Zahlenfeld	96
Abbildung 38: Handlungsplanung	97
Abbildung 39: Zahlenkarten von 1-20.....	97
Abbildung 40: Verkleinerte Teilerskyline	98
Abbildung 41: Mein Wortspeicher	99
Abbildung 42 Mein Wortspeicher (elementarisiert).....	100
Abbildung 43 Individueller Förderplan für Greta	104
Abbildung 44 Ausschnitt aus Abbildung 31	113
Abbildung 45 Beobachtungsbogen	114
Abbildung 46 Vortest zur Überprüfung der Lernausgangslage	115
Abbildung 47 Lernzielkontrolle	116
Abbildung 48 Selbsteinschätzungsbogen.....	117
Abbildung 49 Individueller Förderplan (vgl. Glückauf-Schule)	122
Abbildung 50 Individueller Förderplan (vgl. Glückauf-Schule)	123
Abbildung 51 Individueller Förderplan (vgl. Glückauf-Schule)	124
Abbildung 52 Förderplan Greta	125
Abbildung 53 „Tischförderplan“	126
Abbildung 54 Täglicher Reflexionsplan	126
Abbildung 55 Reflexion des Förderziels	127
Abbildung 56 Mein Förderziel (sprachlich vereinfacht)	128
Abbildung 57 Mein Förderziel (sprachlich vereinfacht und mit Piktogrammen versehen) ...	129
Abbildung 58 Nachteilsausgleich im Fach.....	144
Abbildung 59 Fünf-Finger-Feedback-Methode	146
Abbildung 60 Zielscheibe Methode	146

Anhang B Abkürzungsverzeichnis

AO-SF	Ausbildungsordnung sonderpädagogische Förderung
AOGS	Ausbildungsordnung Grundschule
ESE	Emotionale und soziale Entwicklung
KMK	Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland
MSW/MSB	Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen; heute: Ministerium für Schule und Bildung
PIK AS	„Prozess- und inhaltsbezogene Kompetenzen – Allgemeine Schulentwicklung“ - Kooperationsprojekt der Universitäten Dortmund und Münster, des Schulministeriums NRW sowie der Deutsche Telekom Stiftung
SchulG NRW	Schulgesetz NRW

Anhang C Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Aufbau der Unterrichtsreihe.....	84
Tabelle 2 Analyse der Lernvoraussetzungen	86
Tabelle 3 Differenzierungsmaßnahmen	103
Tabelle 4 Planung des Unterrichts nach dem Niveaustufenmodell.....	106
Tabelle 5 Planung mit Hilfe des Inklusionsdidaktischen Netzes	107
Tabelle 6 Unterrichtsverlauf	112
Tabelle 7 Bestimmung der Lernausgangslage	120
Tabelle 8 Entwicklungsbereich Lern- und Arbeitsverhalten	131
Tabelle 9 Entwicklungsbereich Kognition	132
Tabelle 10 Entwicklungsbereich Kommunikation und Sprache	135
Tabelle 11 Entwicklungsbereich Wahrnehmung.....	136
Tabelle 12 Entwicklungsbereich Motorik	137
Tabelle 13 Entwicklungsbereich Emotionales und soziales Handeln.....	138

Anhang D Symbolverzeichnis

Im Rahmen dieser Handreichung sind einzelne Abschnitte mit folgenden Symbolen gekennzeichnet:

	Beispiele aus der Praxis sind mit dieser Lupe gekennzeichnet. Dabei handelt es sich um Beispiele und nicht um Empfehlungen. Es ist also immer zu berücksichtigen, dass diese Beispiele teilweise aus anderen Systemen und Schulformen stammen und niemals ohne Adaption übernommen werden können.
	Mit der Brille gekennzeichnete Abschnitte enthalten Rechtsvorschriften und/oder besonders zu berücksichtigende Aspekte.
	Anmerkungen, Hinweise und Kommentare, die sich auf die sonderpädagogische Unterstützung und Förderung beziehen, sind mit diesem Symbol gekennzeichnet.
	Informationen zu wichtigen Fachbegriffen sind mit diesem Symbol gekennzeichnet.

Anhang E Glossar

 Förderplanung	„Grundschulen und Schulen im Sekundarbereich I erarbeiten ein Förderkonzept, das Aussagen zur Lernstandsdiagnostik, zur Förderplanung und zu den Anforderungen an die Unterrichtsorganisation beinhaltet.“ (§4 AO-GS, §3 (4) APO-SI)).
 Förderschwerpunkt Lernen	„Ein Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Förderschwerpunkt Lernen besteht, wenn die Lern- und Leistungsausfälle schwerwiegender, umfänglicher und langdauernder Art sind.“ (§4 (2) AO-SF)
 Förderschwerpunkt Emotionale und soziale Entwicklung	„Ein Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Förderschwerpunkt Emotionale und soziale Entwicklung (Erziehungsschwierigkeit) besteht, wenn sich eine Schülerin oder ein Schüler der Erziehung so nachhaltig verschließt oder widersetzt, dass sie oder er im Unterricht nicht oder nicht hinreichend gefördert werden kann und die eigene Entwicklung oder die der Mitschülerinnen und Mitschüler erheblich gestört oder gefährdet ist.“ (§4 (4) AO-SF)

 <p>Förderschwerpunkt Sprache</p>	<p>„Ein Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Förderschwerpunkt Sprache besteht, wenn der Gebrauch der Sprache nachhaltig gestört und mit erheblichem subjektiven Störungsbewusstsein sowie Beeinträchtigungen in der Kommunikation verbunden ist und dies nicht alleine durch außerschulische Maßnahmen behoben werden kann.“ (§4 (3) AO-SF)</p>
 <p>Gemeinsames Lernen</p>	<p>„In der allgemeinen Schule werden Schülerinnen und Schüler mit und ohne Behinderung in der Regel gemeinsam unterrichtet und erzogen.“ (§1 Absatz 1 AO-SF, vgl. §2 Absatz 5 SchulG NRW)</p>
 <p>Individueller Förderplan</p>	<p>Individueller Förderplan (§21 Absatz 7 AO-SF) oder auch Lern- und Entwicklungsplan: Die Förderung von Schülerinnen und Schülern mit sonderpädagogischem Förderbedarf erfolgt auf der Grundlage eines individuellen Förderplans (vgl. Kapitel 5.3), der von allen Lehrkräften, die die Schülerin/den Schüler unterrichten, erstellt wird. Weitere Fachkräfte, Erziehungsberechtigte und die Lernenden werden einbezogen</p> <p>„Die Lehrkräfte, die die Schülerin oder den Schüler unterrichten, erstellen nach Beratung mit allen anderen an der Förderung beteiligten Personen einen individuellen Förderplan. Sie überprüfen ihn regelmäßig und schreiben ihn fort. Die Sätze 1 und 2 gelten auch dann, ohne dass ein förmliches Verfahren nach den §§ 11 bis 15 durchgeführt worden ist.“ (§21 (7) AO-SF)</p>
 <p>Leistungswertung im Bildungsgang Lernen</p>	<p>„Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler werden auf der Grundlage der im individuellen Förderplan festgelegten Lernziele beschreiben. Die Leistungsbewertung erstreckt sich auf die Ergebnisse des Lernens sowie die individuellen Anstrengungen und Lernfortschritte.“ (§32 (1) AO-SF)</p> <p>„Der Unterricht im Förderschwerpunkt Lernen führt zum Abschluss des Bildungsgangs Lernen. In diesem Förderschwerpunkt ist der Erwerb eines dem Hauptschulabschluss gleichwertigen Abschluss möglich.“ (§29 AO-SF)</p> <p>Schülerinnen und Schüler, die im Bildungsgang Lernen unterrichtet werden, unterliegen nicht den curricularen Vorgaben der allgemeinen Schule.</p>

 <p>Lern- und Entwicklungsstörungen</p>	<p>„Lern- und Entwicklungsstörungen sind erhebliche Beeinträchtigungen im Lernen, in der Sprache sowie in der emotionalen und sozialen Entwicklung, die sich häufig gegenseitig bedingen oder wechselseitig verstärken. Sie können zu einem Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung in mehr als einem dieser Förderschwerpunkte führen.“ (§4 AO-SF)</p>
 <p>Lern- und Förderempfehlung</p>	<p>Ist die Versetzung eines Lernenden in der Grundschule oder der Sekundarstufe I gefährdet, wird zum Ende des Schulhalbjahres eine Lern- und Förderempfehlung gegeben. Die Schule zeigt unter Einbeziehung der Eltern Möglichkeiten auf, die Lern- und Leistungsdefizite zu beheben. Bei einer Nichtversetzung erhalten die Schülerinnen und Schüler ebenfalls eine Lern- und Förderempfehlung (vgl. §50 Abs. 3 SchulG).</p>
 <p>Nachteilsausgleich</p>	<p>„Der Nachteilsausgleich zielt darauf ab, Schülerinnen und Schüler mit Behinderung, chronischen Erkrankungen und/oder Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung durch gezielte Hilfestellungen in die Lage zu versetzen, ihre Fähigkeiten im Hinblick auf die gestellten Anforderungen nachzuweisen. Dadurch wird ihnen ermöglicht, ihr Potential zu entfalten und die gleiche Leistung zu erbringen wie Schülerinnen und Schüler ohne Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung. Die Leistungsanforderungen bleiben jedoch gleich, so dass der Nachteilsausgleich keine Bevorzugung der Schülerinnen und Schüler mit Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung darstellt.“</p> <p>Ein Nachteilsausgleich ist nicht an einen durch die Schulaufsicht verfügbaren sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf gebunden und wird durch die jeweilige Schulleitung gewährt (vgl. www.schulministerium.nrw.de, Bezirksregierung Münster, Inklusionsordner und Kapitel 5.3.7)</p>
 <p>Kooperatives Lernen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gruppenpuzzle • Lerntempoduell 	<p>Die Grundform des Kooperativen Lernens besteht in dem Dreischritt „Denken-Austauschen-Vorstellen“ (D-A-V) (Brüning & Saum 2009). Alle Lernenden erhalten zunächst eine individuelle Bearbeitungszeit, in der sie sich mit dem Lerngegenstand auseinandersetzen (DENKEN). In der zweiten Phase werden die persönlichen Sichtweisen, Ideen oder Gedanken mit einem Partner/ einer Partnerin oder innerhalb einer Gruppe nach vorgegebenen Verfahren und Regeln ausgetauscht (AUSTAUSCHEN) und überdacht. In der dritten Phase werden die</p>

	<p>Arbeitsergebnisse, die im kooperativen Setting entstanden sind, dem Plenum bzw. einem festen Zuhörerkreis vorgestellt (VORSTELLEN). So kann die gesamte Lerngruppe von der Vielfalt der Gedanken und Ideen Einzelner fachlich profitieren. Der Dreischritt des kooperativen Lernens D-A-V wird in bestimmten methodischen Abläufen im Unterricht umgesetzt.</p> <p>Die Interaktionsphasen innerhalb der Formen des kooperativen Lernens werden langfristig angebahnt. In der Grundschule gestalten sich die Ko-Konstruktionsphasen von Klasse 1 bis Klasse 4 zunächst als Gespräche zwischen Partnern und später zwischen Gruppenmitgliedern. Die Austauschphasen können in der Erarbeitungsphase oder in der Phase der reflektierenden Rückschau im Klassenverband eingeplant werden. I</p> <hr/> <p>Im Gruppenpuzzle (Jigsaw) wird ein Themengebiet in Teilaufgaben (so viele Aufgaben wie Mitglieder einer Gruppe) zerlegt, die am Ende der Bearbeitung zu einem großen Ganzen zusammengeführt werden.</p> <ul style="list-style-type: none">• Im Gruppenpuzzle (Jigsaw) wird ein Themengebiet in Teilaufgaben (so viele Aufgaben wie Mitglieder einer Gruppe) zerlegt, die am Ende der Bearbeitung zu einem großen Ganzen zusammengeführt werden.<ul style="list-style-type: none">○ Jedes Gruppenmitglied einer Gruppe erhält eine andere spezifische Teilaufgabe und bearbeitet sie individuell.○ Aus allen Gruppen finden sich die Mitglieder mit derselben Aufgabenstellung zu einer Expertengruppe zusammen und tauschen sich unter vorgegebenen Gesichtspunkten aus.○ Jeder Experte kehrt in seine Ausgangsgruppe zurück und stellt seinen erarbeiteten Inhalt den anderen Gruppenmitgliedern vor.○ Gruppenmitglieder, die nicht Experten der Teilaufgabe sind, werden zufällig ausgewählt und stellen das Arbeitsergebnis zu einer Teilaufgabe dem Plenum vor.
--	---

	<ul style="list-style-type: none"> • Das Lerntempoduett ist eine Methode, unterschiedliche Lerngeschwindigkeiten aufzufangen, indem Phasen der Einzelarbeit und der Partnerarbeit einander abwechseln. Mehrere Aufgaben sind vorgegeben und müssen nacheinander bearbeitet werden. Sobald von zwei Lernenden die erste Aufgabe individuell erledigt ist, finden sie sich zu einem Austausch zusammen (z. B. durch Handzeichen oder Treffen an einem Meeting-Point). Nach dem Austausch geht jede/r wieder zurück an den Platz und wendet sich der nächsten Aufgabe zu. Ist die zweite Aufgabe erledigt, findet wieder ein Austausch mit einem/ einer Lernenden gleicher Arbeitsgeschwindigkeit statt usw.
 <p>Sonderpädagogische Förderung</p>	<p>„Schülerinnen und Schüler, die auf Grund einer Behinderung oder wegen einer Lern- und Entwicklungsstörung besondere Unterstützung benötigen, werden nach ihrem individuellen Bedarf sonderpädagogisch gefördert.“ (§19 Absatz 1 SchulG NRW)</p> <p>„Sonderpädagogische Förderung findet in der Regel in der allgemeinen Schule statt. Die Eltern können abweichend hiervon die Förderschule wählen.“ (§1 Absatz 1 AO-SF)</p>
 <p>Sonderpädagogischer Unterstützungsbedarf</p>	<p>„Einen Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung können begründen</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Lern- und Entwicklungsstörungen (Lernbehinderung, Sprachbehinderung, Erziehungsschwierigkeit) 2. Geistige Behinderung 3. Körperbehinderung 4. Hörschädigung (Gehörlosigkeit, Schwerhörigkeit) 5. Sehschädigung (Blindheit, Sehbehinderung) 6. Autismus-Spektrum-Störungen.“ (§3 AO-SF)

 <p>Zieldifferentenes Lernen</p>	<p>„Schülerinnen und Schüler mit Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung, die nicht nach den Unterrichtsvorgaben der allgemeinen Schulen unterrichtet werden (zieldifferent), werden zu eigenen Abschlüssen geführt. (§12 Absatz 4 SchulG NRW)</p> <p>„Im Förderschwerpunkt Lernen und im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung werden die Schülerinnen und Schüler zu eigenen Abschlüssen geführt. Dies gilt auch für Schülerinnen und Schüler, bei denen daneben weitere Förderschwerpunkte festgestellt sind. Im Förderschwerpunkt Lernen ist ein dem Hauptschulabschluss gleichwertigen Abschlusses möglich.“ (§19 Absatz 4 SchulG NRW)</p>
 <p>Zielgleiches Lernen</p>	<p>„Die sonderpädagogische Förderung hat im Rahmen es Bildungs- und Erziehungsauftrags der Schule das Ziel, die Schülerinnen und Schüler mit Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung zu den Abschlüssen zu führen, die dieses Gesetz vorsieht (zielgleich). Für den Unterricht gelten grundsätzlich die Unterrichtsvorgaben (§29) für die allgemeine Schule sowie die Richtlinien für die einzelnen Förderschwerpunkte.“ (§19 Absatz 3 SchulG NRW)</p>



Bezirksregierung Münster

Domplatz 1-3, 48143 Münster

Telefon: 0251 411-0

Telefax: 0251 411-82525

poststelle@brms.nrw.de

www.brms.nrw.de